

# 2003年度基礎数学講義ノート(3-1組)

2003年4月26日分

## § 0 . 関数とグラフ

1 ~ 6 まで各自読む .

## § 1 . $n$ 次関数

### 1 . 2 次関数

#### 2 次関数の表し方

$$\begin{cases} \text{一般形} & y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0) \\ \text{基本形} & y = a(x - p)^2 + q \quad (a \neq 0) \end{cases}$$

基本形を展開すれば一般形にできる . 逆に , 一般形から基本形に変形することが重要であり , この変形のことを **平方完成** または **基本変形** という .

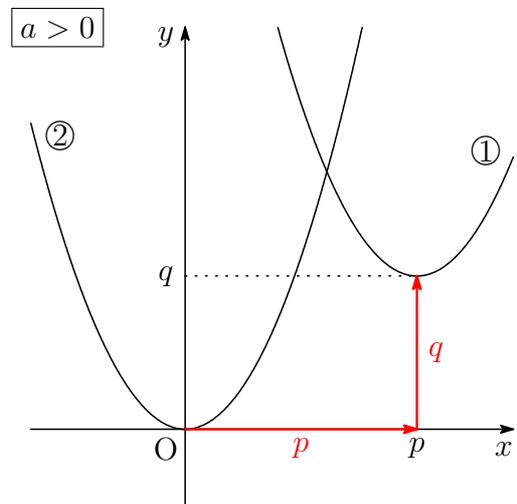
(1)  $y = a(x - p)^2 + q \quad (a \neq 0) \dots \textcircled{1}$  のグラフは ,  
 $y = ax^2 \dots \textcircled{2}$  のグラフを

$x$  軸方向に  $p$  ,  $y$  軸方向に  $q$

平行移動したもので

$$\begin{cases} \text{軸の方程式は } x = p \\ \text{頂点の座標は } (p, q) \end{cases}$$

である .

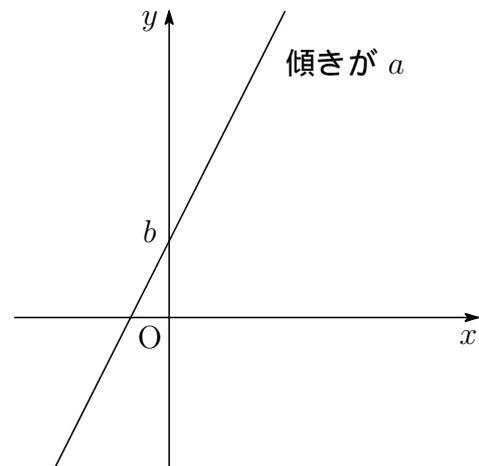


(2)  $y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$  は基本形  $y = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$  に変形できるので , (1) によりグラフがかける .

#### 係数の意味

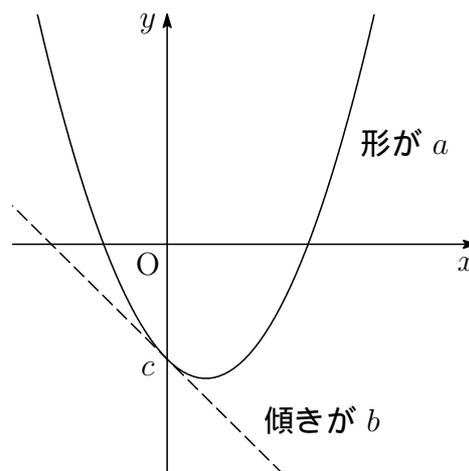
(1) 1 次関数  $y = ax + b$  において

$$\begin{cases} a \dots \text{傾き} \\ b \dots y \text{切片} \end{cases}$$



(2) 2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  において

$$\begin{cases} a \dots \text{形(凸性, 開き)} \\ b \dots y \text{軸の横切り方} \\ c \dots y \text{切片} \end{cases}$$

平方完成

## ポイント

(1)  $(x + p)^2 = x^2 + 2px + p^2$

(1)'  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

(2)  $(x - p)^2 = x^2 - 2px + p^2$

(2)'  $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= x^2 - 6x + 10 \\ &= (x^2 - 2 \cdot 3x + \underbrace{3^2 - 3^2}) + 10 \quad (\text{~~~~~はトータル0}) \\ &= \{(x - 3)^2 - 9\} + 10 \\ &= (x - 3)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad y &= -2x^2 + 4x \\ &= -2(x^2 - 2x) \quad (x^2 \text{の係数でくくる}) \\ &= -2(x^2 - 2x + \underbrace{1 - 1}) \quad (\text{~~~~~はトータル0}) \\ &= -2\{(x - 1)^2 - 1\} \\ &= -2(x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad y &= -2x^2 + 3x - 1 \\ &= -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) - 1 \quad (\text{定数項以外を } x^2 \text{の係数でくくる}) \\ &= -2\left\{x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}\right\} - 1 \quad (\text{~~~~~はトータル0}) \\ &= -2\left\{\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right\} - 1 \\ &= -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} \end{aligned}$$

2次関数のグラフのかき方

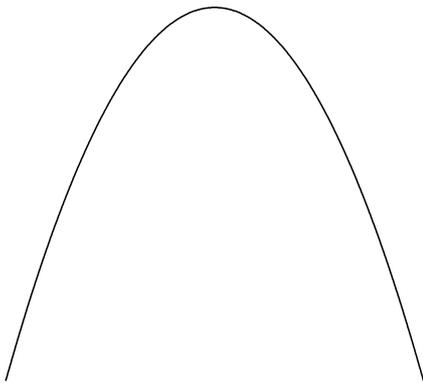
- (1) 平方完成する.
- (2) 上に凸か下に凸の放物線をなめらかにかく.
- (3) 放物線の軸の位置を考えて,  $y$  軸をかく.
- (4)  $y$  切片と頂点の  $y$  座標を考えて,  $x$  軸をかく.
- (5) 代表的な点を明らかにする.  
( $y$  切片, 頂点,  $x$  切片)

シュミレーション

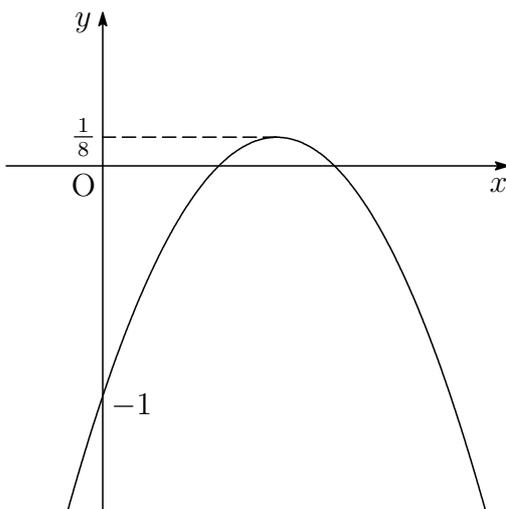
問題 1 . 1 (4)  $y = -2x^2 + 3x - 1$

(1) 上の例より  $y = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8}$

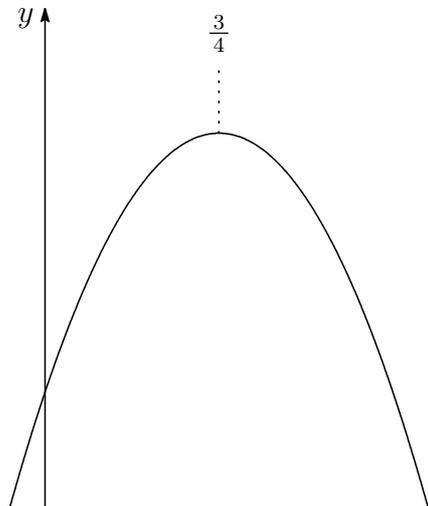
(2)



(4)



(3)



(5)

