

2003年度基礎数学講義ノート(3-1組)

2003年6月21日分

底の変換公式 $a, b, c > 0, a, c \neq 1$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

底の変換公式より

(1) $a, b > 0, a \neq 1, n \in \mathbb{N}$ に対して

$$\log_{a^n} b^n = \log_{\sqrt[n]{a}} \sqrt[n]{b} = \log_a b$$

(2) $a, b > 0, a, b \neq 1$ に対して

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

問題 3 . 1

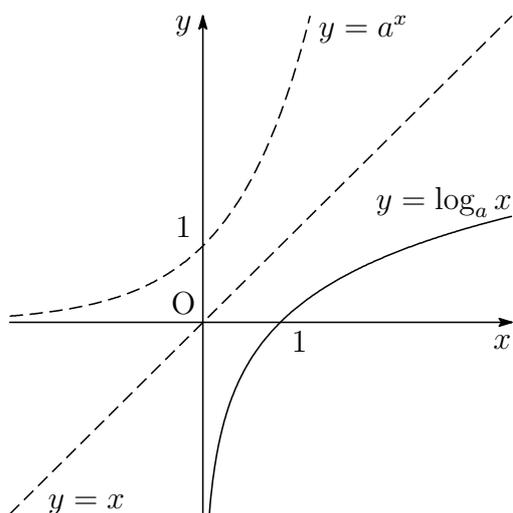
$$(7) \log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 4 = \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 5} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2$$

$$(9) (\log_5 3 + \log_{25} 9)(\log_9 5 - \log_3 25) = (\log_5 3 + \log_5 3)(\log_3 \sqrt{5} - \log_3 25) = 2 \log_5 3 \cdot \log_3 \frac{\sqrt{5}}{25}$$

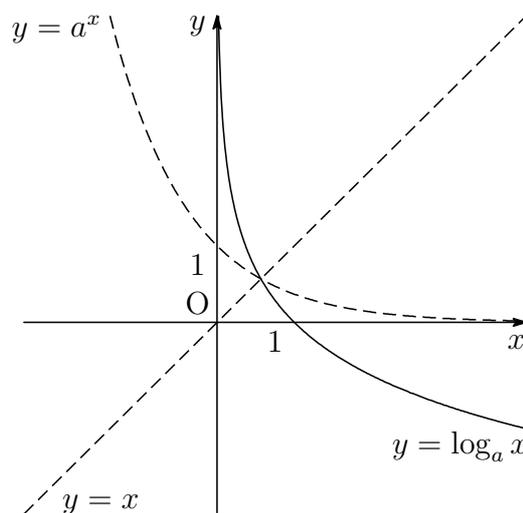
$$= 2 \log_5 3 \cdot \log_3 5^{-\frac{3}{2}} = 2 \log_5 3 \cdot \left(-\frac{3}{2} \log_3 5\right) = -3 \log_5 3 \cdot \log_3 5 = -3$$

2 . 対数関数のグラフ

• $a > 1$ のとき



• $0 < a < 1$ のとき



対数関数の性質

- (1) 定義域 正の実数全体, 値域 実数全体
- (2) グラフは点 $(1, 0)$ を通り, y 軸が漸近線 .

(3) 大小関係 (重要)

$$0 < p < q \iff \log_a p < \log_a q$$

(単調増加)

$$0 < p < q \iff \log_a p > \log_a q$$

(単調減少)

(4) $y = \log_a x$ と $y = a^x$ のグラフは $y = x$ に関して対称.

問題 3.3

(1) $\log_3 x = -2 \iff x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

問題 3.4

(1) 真数条件: $x > 0 \dots \textcircled{1}$

このとき

$$\log_2 x > 2 \iff \log_2 x > \log_2 4 \iff x > 4$$

これは $\textcircled{1}$ をみたすので $x > 4$

$$\log_2 p = 2 \iff p = 2^2 = 4$$

(6) 真数条件: $3x - 2 > 0$ より $x > \frac{2}{3}$

また, $x + 4 > 0$ より $x > -4$

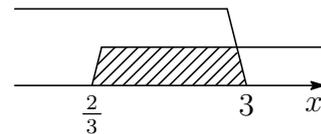
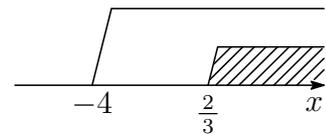
これらの共通部分をとって $x > \frac{2}{3} \dots \textcircled{1}$

このとき

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 4) &\iff 3x - 2 < x + 4 \\ &\iff x < 3 \end{aligned}$$

これと $\textcircled{1}$ の共通部分をとって

$$\frac{2}{3} < x < 3$$



問題3.5

(8) 真数条件: $9 - x > 0$ より $x < 9$ また, $x + 3 > 0$ より $x > -3$ これらの共通部分をとって $-3 < x < 9$... ①

このとき

$$\log_4(9-x) - \log_2(x+3) + 2 > 0$$

$$\iff \log_4(9-x) - \log_4(x+3)^2 + \log_4 16 > 0$$

$$\iff \log_4 16(9-x) > \log_4(x+3)^2$$

$$\iff 16(9-x) > (x+3)^2$$

$$\iff x^2 + 22x - 135 < 0$$

$$\iff (x+27)(x-5) < 0$$

$$\iff -27 < x < 5$$

これと ① の共通部分をとって

$$-3 < x < 5$$

$$\log_4 p = 2 \iff p = 4^2 = 16$$

