２００３年度基礎数学講義ノート（３－１組）

２００３年6月２８日分

§４．三角関数

０．弧度法への移行

n 次，指数，対数：実数 $\longrightarrow$ 実数

一方

三角（数　）だけ：度数 $\longrightarrow$ 実数

目的　「三角：実数 $\longrightarrow$ 実数」にしたい．

方法　「度数 $\longleftrightarrow$ 実数（弧度）」をうまく決める．
図式化

$$
\begin{tikzcd}
\text{三角（数　）} : \text{度数} \arrow[r] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{実数} \\
\text{実数} \arrow[ur, bend left, "\text{三角（数　）}"'] &
\end{tikzcd}
$$

１．弧度法

半径 1，中心角 θ° のおおぎ形の弧の長さを x とすると

$$x = \frac{\theta}{180}\pi \qquad \cdots(*)$$

なので

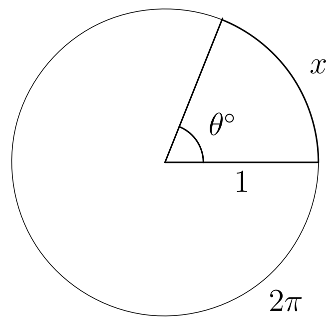
中心角	$\longleftrightarrow$	弧の長さ
（度数）		（実数）

が 1 対 1 の関係（特に比例関係）にある．
（中心角が決まれば弧の長さが決まり，
弧の長さが決まれば中心角も決まる）
よって $(*)$ により

「度数 $\longleftrightarrow$ 実数」

が決まる．
$(*)$ により定まる実数 x を，度数 θ° の弧度法表現という．

※ $(*) \iff \displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1 \iff (\sin x)' = \cos x$



$2\pi : x = 360 : \theta$ より

$$x = 2\pi \times \frac{\theta}{360} = \frac{\theta}{180}\pi$$

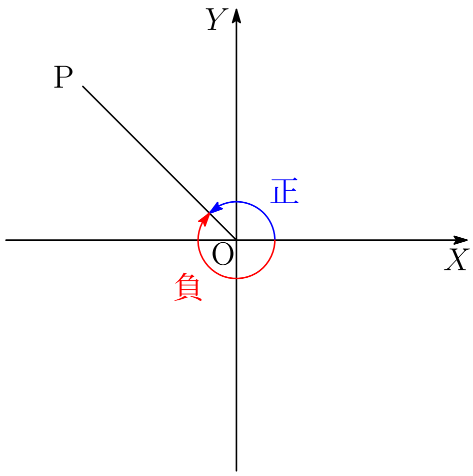
２．角の表し方

右図において，X 軸の正の部分と線分 OP とのなす角は

$$\begin{cases} \text{左回りを正} \\ \text{右回りを負} \end{cases}$$

として角を表す.

※向きを明らかにするときは，矢印を用いて表す.

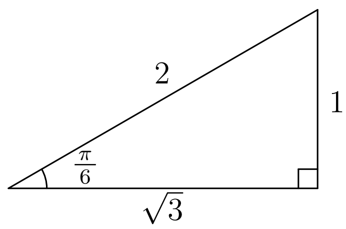


３．三角関数

復習 鋭角の三角比（三角定規）

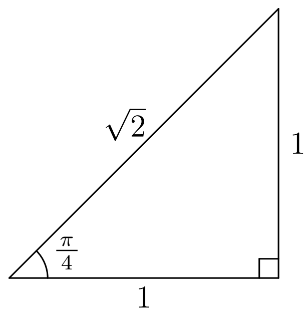
(1) $x = \dfrac{\pi}{6}$ $(= 30^\circ)$

$$\begin{cases} \sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\text{高さ}}{\text{斜辺}} = \dfrac{1}{2} \\ \cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$



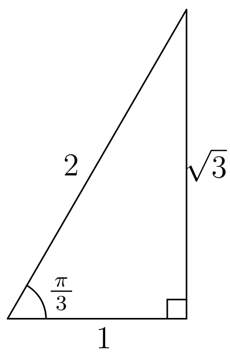
(2) $x = \dfrac{\pi}{4}$ $(= 45^\circ)$

$$\begin{cases} \sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\text{高さ}}{\text{斜辺}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \tan\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = 1 \end{cases}$$



(3) $x = \dfrac{\pi}{3}$ $(= 60^\circ)$

$$\begin{cases} \sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\text{高さ}}{\text{斜辺}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \dfrac{1}{2} \\ \tan\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\text{高さ}}{\text{底辺}} = \sqrt{3} \end{cases}$$



右図のように三角関数の値を定める．

$$\begin{cases} \sin x = \mathrm{P} \text{ の } Y \text{ 座標} \\ \cos x = \mathrm{P} \text{ の } X \text{ 座標} \\ \tan x = \mathrm{OP} \text{ の傾き} \end{cases}$$