

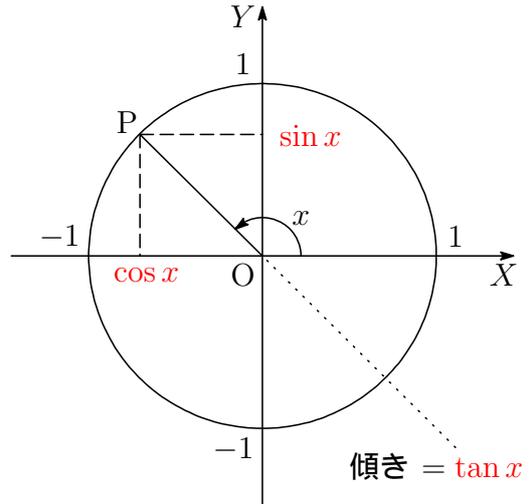
2003年度基礎数学講義ノート(3-1組)

2003年7月5日分

3. 三角関数

右図のように三角関数の値を定める.

$$\begin{cases} \sin x = P \text{ の } Y \text{ 座標} \\ \cos x = P \text{ の } X \text{ 座標} \\ \tan x = OP \text{ の傾き} \end{cases}$$



相互関係

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 & \dots \text{①} \\ \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} & \dots \text{②} \\ \tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x} & \dots \text{③} \end{cases}$$

ここで

$$\sin^2 x, \cos^2 x, \tan^2 x$$

↑
このように略記する

はそれぞれ

$$(\sin x)^2, (\cos x)^2, (\tan x)^2$$

の意味.

相互関係が成り立つことは次のようにして分かる.

$O(0, 0)$, $P(\cos x, \sin x)$ であることに注意.

① $OP^2 = (\cos x - 0)^2 + (\sin x - 0)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x$ なので

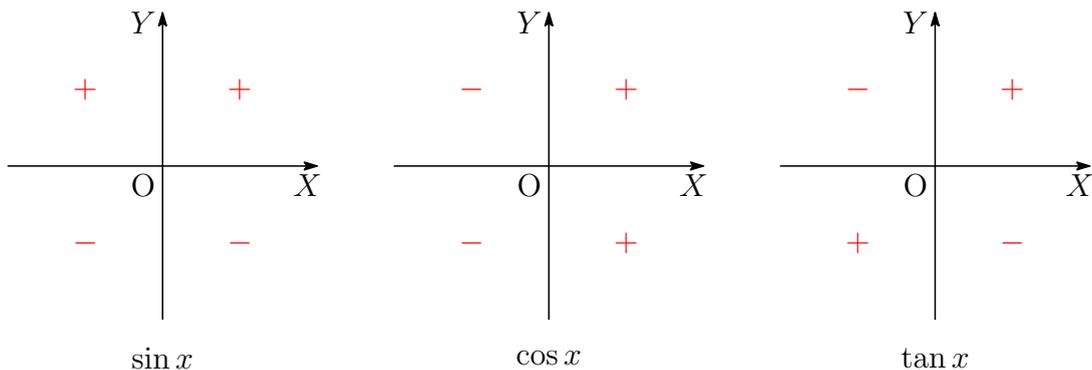
$$OP = 1 \iff OP^2 = 1 \iff \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

② OP の傾きは $\frac{\sin x - 0}{\cos x - 0} = \frac{\sin x}{\cos x}$ なので $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

③ ① の両辺を $\cos^2 x$ で割り, ② を用いれば

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \stackrel{\text{②}}{\iff} \tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

三角関数の符号 (重要)

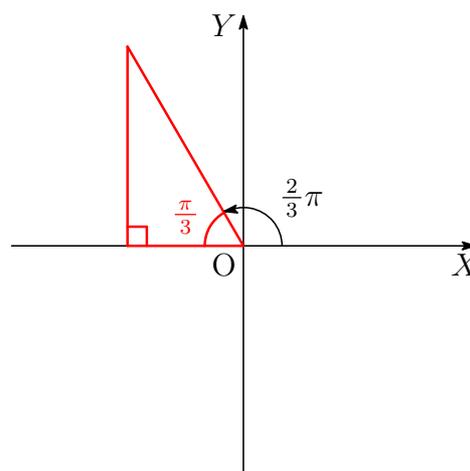


代表的な値の求め方

(1) $x = \frac{2}{3}\pi (= 120^\circ)$ のとき

三角形は $\frac{\pi}{3}$ 系

$$\begin{cases} \sin \frac{2}{3}\pi = \boxed{+} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{2}{3}\pi = \boxed{-} \cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \\ \tan \frac{2}{3}\pi = \boxed{-} \tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \end{cases}$$



上の \square の中には, それぞれ $\frac{\pi}{3}$ の符号を入れる.

(2) $x = \pi (= 180^\circ)$ のとき

三角形はできない (\Rightarrow 座標で)

$$\begin{cases} \sin \pi = P \text{ の } Y \text{ 座標} = 0 \\ \cos \pi = P \text{ の } X \text{ 座標} = -1 \\ \tan \pi = OP \text{ の傾き} = 0 \end{cases}$$

