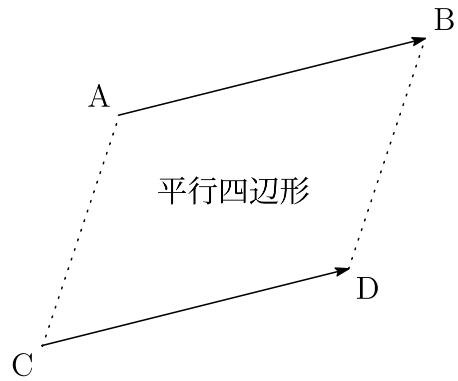
# ２００３年度基礎数学講義ノート（２－１組）

**２００３年１０月１８日分**

# ベクトル（高校）の復習

点 A から点 B に向かう矢印（有効線分）を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$（始点を A 終点を B とするベクトルという）とかき，2 点間 AB の距離を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ のノルムといい $\|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\|$ で表す．また，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ が平行移動して向きまで含めて重なるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ は等しいという．
※等しいベクトルの始点や終点の位置を考えないときは，$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ などのアルファベット小文字の太字で表すことにする．また，始点と終点が一致しているときは矢印ではないが，便宜上零ベクトルといい $\boldsymbol{0}$ で表す．




$\overrightarrow{\mathrm{CD}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$

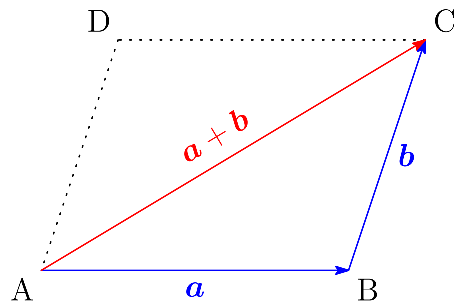
## ベクトルの演算

(1) $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ に対して

$$\boldsymbol{a} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \quad \boldsymbol{b} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$$

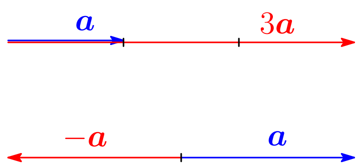
となるように，点 A, B, C をとるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の和といい $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ で表す．

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \overrightarrow{\mathrm{AC}} \ (= \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}})$$




※ベクトルの和は「寄り道」．図において，点 D に「寄り道」すれば，$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}$ であることも分かる．
(2) $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{0}$ と $k \in \mathbb{R}$ に対して，

$$k\boldsymbol{a} = \begin{cases} \boldsymbol{a} \text{ と同じ向きでノルムが } k\|\boldsymbol{a}\| & (k > 0) \\ \boldsymbol{0} & (k = 0) \\ \boldsymbol{a} \text{ と逆向きでノルムが } -k\|\boldsymbol{a}\| & (k < 0) \end{cases}$$

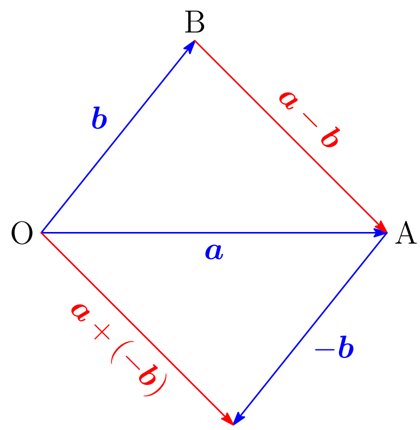



によりスカラー倍 $k\boldsymbol{a}$ を定める．また，$k\boldsymbol{0} = \boldsymbol{0}$ と定める．
※ $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{0}$ に対して，$(-1)\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{a}$ の逆ベクトルといい $-\boldsymbol{a}$ で表す．
※ $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ に対して，$\boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{b})$ を $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ と表し，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の差という．

$$\boldsymbol{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}, \quad \boldsymbol{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

のとき

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \overrightarrow{\mathrm{BA}} \ (= \overrightarrow{\mathrm{OA}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}})$$



**例**

図において

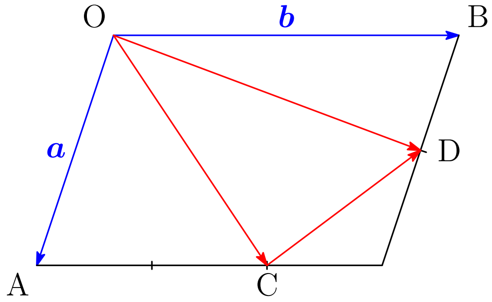
$$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boldsymbol{a} + \frac{2}{3}\boldsymbol{b}$$

また

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{BD}} = \boldsymbol{b} + \frac{1}{2}\boldsymbol{a} = \frac{1}{2}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$$

更に

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{CD}} &= \overrightarrow{\mathrm{OD}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}} \\ &= \left(\frac{1}{2}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}\right) - \left(\boldsymbol{a} + \frac{2}{3}\boldsymbol{b}\right) \\ &= -\frac{1}{2}\boldsymbol{a} + \frac{1}{3}\boldsymbol{b}\end{aligned}$$




**平行条件（共線条件）**

$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\ (\neq \boldsymbol{0})$ に対して，$\boldsymbol{b} = k\boldsymbol{a}$ を満たす $k \neq 0$ が存在するとき，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は平行であるといい $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ で表す．

$$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b} \quad \Longleftrightarrow \quad \boldsymbol{b} = k\boldsymbol{a}\ (k \neq 0)$$