科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍番号		評点
平成 25 年 1 月 29 日 (火) 2 回目 (～ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	① 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )							

2012 年度 I 科 1 組　後期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

$$\frac{-3x^2+35x-58}{(x+2)(x^2-6x+12)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2-6x+12}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-3x^2+35x-58}{(x+2)(x^2-6x+12)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\sqrt{x^2+8x+17}+x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+8x+17}}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=2x^2-y^3-xy^2+2xy$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \implies f(a,b)$: 極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \implies f(a,b)$: 極大値
$H(a,b)<0 \implies f(a,b)$: 極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

$\boxed{4}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{1} 2x\arctan x\,dx$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left\{\int_{0}^{x^2}(3y-2x)dy\right\}dx$

(3) $\displaystyle\int_{1}^{3}\left(\int_{x^4}^{x^6}\frac{x^3}{y^2}dy\right)dx$

(4) $\displaystyle\int_{0}^{1}\left\{\int_{0}^{x}(2x+1)e^{2y}dy\right\}dx$

(5) $\displaystyle\int_{0}^{1}\left(\int_{2\sqrt{x}}^{2}\frac{1}{\sqrt{y^3+1}}dy\right)dx$　(順序変更)

20 10 20 50

東京理科大学 平成 年 月 日 **試 験 答 案** 評 点

科目名		担当 先生	
該当学部を○で囲む 理学部 1 / 工学部 2	部 学科 年 番	氏名 I-1	

1 (1) $-3x^2+35x-58 = A(x^2-6x+12)+(Bx+C)(x+2)$

・$x=-2$ … $-140 = 28A$ $\therefore A=-5$

・$x=0$ … $-58 = 12A+2C$, $-29=-30+C$ $\therefore C=1$

・$x=1$ … $-26 = 7A+3(B+C)$, $-26=-35+3B+3$ $\therefore B=2$

$(A,B,C)=(-5,2,1)$ 3 3 3

(2) 与式 $= \int\left(-\frac{5}{x+2}+\frac{2x+1}{x^2-6x+12}\right)dx = \int\left\{-\frac{5}{x+2}+\frac{(2x-6)+7}{x^2-6x+12}\right\}dx = \int\left\{-\frac{5}{x+2}+\frac{2x-6}{x^2-6x+12}+\frac{7}{(\sqrt{3})^2+(x-3)^2}\right\}dx$

$= -5\log|x+2| + \log(x^2-6x+12) + \frac{7}{\sqrt{3}}\arctan\frac{x-3}{\sqrt{3}}$

3 3 5

2 $\sqrt{}+x=t$ とおくと $\sqrt{}=t-x$

両辺2乗して $x^2+8x+17=t^2-2tx+x^2$ $\therefore x=\frac{t^2-17}{2(t+4)}$ 2

また $\frac{dx}{dt}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2t\cdot(t+4)-(t^2-17)\cdot 1}{(t+4)^2}=\frac{t^2+8t+17}{2(t+4)^2}$ 2

さらに $\sqrt{}=t-\frac{t^2-17}{2(t+4)}=\frac{t^2+8t+17}{2(t+4)}$ 1

$\therefore$ 与式 $=\int\frac{1}{\frac{t^2+8t+17}{2(t+4)}}\cdot\frac{t^2+8t+17}{2(t+4)^2}dt=\int\frac{1}{t+4}dt=\log|t+4|$ 3 2

3 $f=2x^2-y^3-xy^2+2xy$

(1) $\begin{cases} f_x = 4x-y^2+2y=0 & \text{—①} \\ f_y=-3y^2-2xy+2x=0 & \text{—②}\end{cases}$

①より $x=\frac{y^2-2y}{4}$

②へ代入して $-3y^2-\cancel{2}\cdot\frac{y^2-2y}{\cancel{4}2}\cdot y+\cancel{2}\cdot\frac{y^2-2y}{\cancel{4}2}=0$

$-6y^2-y^3+2y^2+y^2-2y=0$

$y^3+3y^2+2y=0$

$y(y+1)(y+2)=0$ $\therefore y=0,-1,-2$

$y=0$ のとき、①より $x=0$

$y=-1$ のとき、①より $x=\frac{3}{4}$

$y=-2$ のとき、①より $x=2$

よって停留点は $(0,0),\left(\frac{3}{4},-1\right),(2,-2)$

$(0,0)$ 4 $H=-4$ 1

$\left(\frac{3}{4},-1\right)$ 4 $H=2$ 1 $f_{xx}=4$ 1 $f=-\frac{1}{8}$ 3 小 1

$(2,-2)$ 4 $H=-4$ 1

(2) $f_{xx}=4$, $f_{yy}=-6y-2x$, $f_{xy}=-2y+2$

$H=4(-6y-2x)-(-2y+2)^2=-4\{2(3y+x)+(y-1)^2\}$

・$H(0,0)=-4<0$ $\therefore f(0,0)$ ×

・$H\left(\frac{3}{4},-1\right)=2>0$, $f_{xx}\left(\frac{3}{4},-1\right)=4>0$, $f\left(\frac{3}{4},-1\right)=-\frac{1}{8}$ 小

・$H(2,-2)=-4<0$ $\therefore f(2,-2)$ ×

$\boxed{4}$ (1) $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{1} 2x\arctan x\,dx = \Big[(x^2+1)\arctan x - x\Big]_{-\sqrt{3}}^{1} = \Big\{2\cdot\frac{\pi}{4} - 4\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right)\Big\} - \{1-(-\sqrt{3})\}$

$\displaystyle = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3}\pi - 1 - \sqrt{3} = \frac{11}{6}\pi - 1 - \sqrt{3}$

arctan x $\quad$ x^2+1

$\frac{1}{1+x^2}$ $\quad$ $2x$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2}\Big\{\int_{0}^{x^2}(3y-2x)\,dy\Big\}dx = \int_{-1}^{2}\Big[\frac{3}{2}y^2 - 2xy\Big]_{y=0}^{y=x^2}dx = \int_{-1}^{2}\left(\frac{3}{2}x^4 - 2x^3\right)dx = \Big[\frac{3}{10}x^5 - \frac{x^4}{2}\Big]_{-1}^{2}$

$\displaystyle = \frac{3}{10}\{32-(-1)\} - \frac{1}{2}(16-1) = \frac{99}{10} - \frac{15}{2} = \frac{12}{5}$

(3) $\displaystyle\int_{1}^{3}\left(\int_{x^4}^{x^6}\frac{x^3}{y^2}dy\right)dx = \int_{1}^{3}\Big[-\frac{x^3}{y}\Big]_{y=x^4}^{y=x^6}dx = \int_{1}^{3} -x^3\left(\frac{1}{x^6} - \frac{1}{x^4}\right)dx = \int_{1}^{3}\left(-\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x}\right)dx$

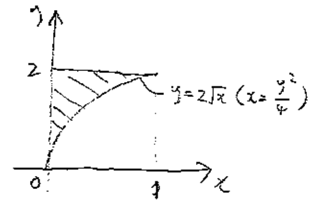
$\displaystyle = \Big[\frac{1}{2x^2} + \log|x|\Big]_{1}^{3} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9} - 1\right) + (\log 3 - 0) = \log 3 - \frac{4}{9}$

(4) $\displaystyle\int_{0}^{1}\Big\{\int_{0}^{x}(2x+1)e^{2y}dy\Big\}dx = \int_{0}^{1}\Big[\frac{1}{2}(2x+1)e^{2y}\Big]_{y=0}^{y=x}dx = \int_{0}^{1}\frac{1}{2}(2x+1)(e^{2x}-1)\,dx$

$\displaystyle = \frac{1}{2}\int_{0}^{1}(2xe^{2x} - 2x + e^{2x} - 1)\,dx = \frac{1}{2}\Big[xe^{2x} - \cancel{\frac{1}{2}e^{2x}} - x^2 + \cancel{\frac{1}{2}e^{2x}} - x\Big]_{0}^{1}$

$\displaystyle = \frac{1}{2}\{(1\cdot e^2 - 0\cdot 1) - 1 - 1\} = \frac{e^2}{2} - 1$

(5) $\displaystyle\int_{0}^{1}\left(\int_{2\sqrt{x}}^{2}\frac{1}{\sqrt{y^3-1}}dy\right)dx = \int_{0}^{2}\left(\int_{0}^{\frac{y^2}{4}}\frac{1}{\sqrt{\quad}}dx\right)dy = \int_{0}^{2}\Big[\frac{x}{\sqrt{\quad}}\Big]_{x=0}^{x=\frac{y^2}{4}}dy$



$\displaystyle = \int_{0}^{2}\frac{\frac{y^2}{4}}{\sqrt{y^3+1}}dy = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\int_{0}^{2}(y^3+1)^{-\frac{1}{2}}\cdot 3y^2\,dy = \frac{1}{12}\Big[2(y^3+1)^{\frac{1}{2}}\Big]_{0}^{2}$

$\displaystyle = \frac{1}{6}(3-1) = \frac{1}{3}$

(1) $\frac{11}{6}\pi$ (5) $\quad - 1$ (2) $\quad - \sqrt{3}$ (3)

(2) $\frac{12}{5}$ (10)

(3) $\log 3$ (5) $- \frac{4}{9}$ (5)

(4) $\frac{e^2}{2}$ (5) $\quad - 1$ (5)

(5) $\cancel{\frac{1}{3}}$ $\quad \displaystyle\int_{0}^{2}\left(\int_{0}^{\frac{y^2}{4}}\frac{1}{\sqrt{\quad}}dx\right)dy$ $\triangle 3$ $\qquad \frac{1}{3}$ (10)