

科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 24 年 7 月 31 日 (火) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 予記のみ参照持込可 ()							

2012 年度 I 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ.

(1) $\frac{-5x^2 + 8x + 1}{x^2 - 3x + 4}$

(2) $\sin 7x \cos 4x$

(3) $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$

(4) $\frac{xe^x}{e^x + 2}$

(5) $\log(x + \sqrt{x^2 + 3})$

(6) $\arctan \frac{3 + 4x}{4 - 3x}$

(7) $\arctan \sqrt{\frac{5x + 11}{2x - 3}}$

(8) $\arcsin \sqrt{1 - x^2}$

2 次の問いに答えよ.

(1) $\arctan \frac{4}{3} = \alpha$, $\arctan \frac{8}{15} = \beta$ のとき, $\tan(\alpha - \beta)$ と $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求めよ.

(2) $f(x) = (\arccos x)^2$ のとき, $(1 - x^2)f''(x) - xf'(x)$ を簡単にせよ.

3 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開を 5 次以下の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $(7 - 4x + x^2)e^x$

(2) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}}$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

50 20 30

東京理科大学 平成 年 月 日 試験 答案

科目名			担当	先生	評 点
該 当 で 学 部 を む	理学部 工学部	1 部 2 学科 年 番	氏 名	I-1	

① (1) $\left(\frac{-5x^2+8x+1}{x^2-3x+4}\right)' = \frac{(-10x+8) \cdot (x^2-3x+4) - (-5x^2+8x+1) \cdot (2x-3)}{(x^2-3x+4)^2} = \frac{17x^2-42x+35}{(x^2-3x+4)^2} \left(= \frac{7(x-1)(x-5)}{(x^2-3x+4)^2} \right)$

(2) $(\sin 7x \cos 4x)' = 7 \cos 7x \cdot \cos 4x + \sin 7x \cdot (-4 \sin 4x) = 7 \cos 7x \cos 4x - 4 \sin 7x \sin 4x$

(3) $\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)' = \frac{\cos x \cdot (1+\cos x) - \sin x \cdot (-\sin x)}{(1+\cos x)^2} = \frac{1+\cos x}{(1+\cos x)^2} = \frac{1}{1+\cos x}$

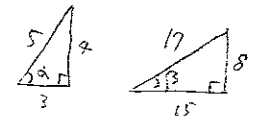
(4) $\left(\frac{xe^x}{e^x+2}\right)' = \frac{(1 \cdot e^x + x \cdot e^x) \cdot (e^x+2) - xe^x \cdot e^x}{(e^x+2)^2} = \frac{e^{2x}+2xe^x+2e^x}{(e^x+2)^2} \left(= \frac{e^x(e^x+2x+2)}{(e^x+2)^2} \right)$

(5) $\left\{\log(x+\sqrt{x^2+3})\right\}' = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+3}} \cdot \left(1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}\right) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+3}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+3}+x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

(6) $\left(\arctan \frac{3+4x}{4-3x}\right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{3+4x}{4-3x}\right)^2} \cdot \frac{4 \cdot (4-3x) - (3+4x) \cdot (-3)}{(4-3x)^2} = \frac{(4-3x)^2}{25(1+x^2)} \cdot \frac{25}{(4-3x)^2} = \frac{1}{1+x^2}$

(7) $\left(\arctan \sqrt{\frac{5x+1}{2x-3}}\right)' = \frac{1}{1+\frac{5x+1}{2x-3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{5x+1}{2x-3}}} \cdot \frac{5 \cdot (2x-3) - (5x+1) \cdot 2}{(2x-3)^2} = \frac{2x-3}{7x+8} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{5x+1}{2x-3}}} \cdot \frac{-37}{(2x-3)^2}$
 $= \frac{-37}{2(7x+8)(2x-3)\sqrt{\frac{5x+1}{2x-3}}}$

(8) $\left(\arcsin \sqrt{1-x^2}\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-(1-x^2)}} \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{|x|\sqrt{1-x^2}}$

② (1) $\arctan \frac{4}{3} = \alpha, \arctan \frac{8}{15} = \beta$ かつ $\tan \alpha = \frac{4}{3}, \tan \beta = \frac{8}{15} \quad (0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2})$ 
 $\therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}, \cos \beta = \frac{15}{17}, \sin \beta = \frac{8}{17}$

$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\frac{4}{3} - \frac{8}{15}}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{8}{15}} = \frac{60-24}{45+32} = \frac{36}{77}$

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{17} + \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{17} = \frac{60+24}{5 \cdot 17} = \frac{84}{85}$

(2) $f(x) = (\arccos x)^2$ かつ

$f'(x) = 2 \arccos x \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\sqrt{1-x^2} f'(x) = -2 \arccos x$

$\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot f'(x) + \sqrt{1-x^2} \cdot f''(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

$-x f'(x) + (1-x^2) f''(x) = 2$

$\therefore (1-x^2) f''(x) - x f'(x) = 2$

②

(1) $\tan(\alpha-\beta) = \frac{36}{77}$ ⑤

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{84}{85}$ ⑤

(2) 2 ⑩

① (1) $\frac{7x^2-42x+35}{(x^2-3x+4)^2}$ ⑤ 分母展開 ④

(2) $7 \cos 7x \cos 4x - 4 \sin 7x \sin 4x$ ⑤

(3) $\frac{1}{1+\cos x}$ ⑤ 約分 ② ④

(4) $\frac{e^{2x}+2xe^x+2e^x}{(e^x+2)^2} \left(= \frac{e^x(e^x+2x+2)}{(e^x+2)^2} \right)$ ⑤

(5) $\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ ⑤ 約分 ② ④

(6) $\frac{1}{1+x^2}$ ⑤

(7) $\frac{-37}{2(7x+8)(2x-3)\sqrt{\frac{5x+1}{2x-3}}}$ ⑩ 根号 ③ 符号 ④

(8) $\frac{-x}{|x|\sqrt{1-x^2}}$ ⑩ 絶対値 ③ 符号 ④

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (1-4x+x^2)e^x &= (1-4x+x^2) \left(1+x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{120}x^5+\dots \right) \\
 &= 1 + 7x + \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{6}x^3 + \frac{7}{24}x^4 + \frac{7}{120}x^5 + \dots \\
 &\quad - 4x - 4x^2 - 2x^3 - \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^5 - \dots \\
 &\quad + x^2 + x^3 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{6}x^5 + \dots \\
 &= \underset{\textcircled{1}}{1} + \underset{\textcircled{2}}{3x} + \underset{\textcircled{3}}{\frac{1}{2}x^2} + \underset{\textcircled{3}}{\frac{1}{6}x^3} + \underset{\textcircled{3}}{\frac{1}{8}x^4} + \underset{\textcircled{2}}{\frac{7}{120}x^5} + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} &= \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right) \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots \\
 &\quad + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots \\
 &\quad + \frac{3}{40}x^5 - \dots \\
 &= \underset{\textcircled{1}}{x} - \underset{\textcircled{2}}{\frac{1}{2}x^2} + \underset{\textcircled{3}}{\frac{13}{24}x^3} - \underset{\textcircled{4}}{\frac{19}{48}x^4} + \underset{\textcircled{5}}{\frac{263}{640}x^5} + \dots
 \end{aligned}$$

*/