科目名	数学A	対象	1i-2	学部研究科	工学部第二部	学科専攻科		学籍番号		評点
平成 25 年 1 月 29 日 (火) 3 回目 (～ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	① 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )							

2012 年度 I 科 2 組　後期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

$$\frac{-5x^2-49x-92}{(x-2)(x^2+6x+14)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+14}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-5x^2-49x-92}{(x-2)(x^2+6x+14)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\sqrt{x^2+9x+1}+x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+9x+1}}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=3x^2-y^3+6y^2-x^2y$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \implies f(a,b)$: 極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \implies f(a,b)$: 極大値
$H(a,b)<0 \implies f(a,b)$: 極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

$\boxed{4}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{\infty} \frac{1}{x^2+x+1}dx$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2} \left\{ \int_0^{x^2} (5x-7y)dy \right\} dx$

(3) $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_1^x \log y\,dy \right) dx$

(4) $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{3\sqrt{x}}^3 \sqrt{y^3+9}\,dy \right) dx$　(順序変更)

(5) $\displaystyle\iint_D (5x-y)dxdy$　$(D : x \leqq x^2+y^2 \leqq 1,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0)$

20 10 25 50

$A+B=-5$
$6A-2B+C=-49$
$\cancel{14A-2C=-92}$
$+\ 7A-C=-46$
$13A-2B=-95$

$13A-2B=-95$
$+)\ 2A+2B=-10$
$15A\ \ =-105$
$A=-7$
$B=2$

東京理科大学　平成　年　月　日　**試験答案**　評点

科目名		担当	先生
該当学部を○で囲む　理学部 1 / 工学部 2	部　学科　年　番	氏名	I-2

1 (1) $-5x^2-49x-92=A(x^2+6x+14)+(Bx+C)(x-2)$

・$x=2$ … $-210=30A$　∴ $A=-7$　　$(A,B,C)=(-7,2,-3)$ 3 3 3

・$x=0$ … $-92=14A-2C$，$-46=-49-C$ ∴ $C=-3$

・$x=1$ … $-146=21A-(B+C)$，$-146=-147-B+3$　∴ $B=2$

(2) 与式 $=\int\left(-\frac{7}{x-2}+\frac{2x-3}{x^2+6x+14}\right)dx=\int\left\{-\frac{7}{x-2}+\frac{(2x+6)-9}{x^2+6x+14}\right\}dx=\int\left\{-\frac{7}{x-2}+\frac{2x+6}{x^2+6x+14}-\frac{9}{(\sqrt{5})^2+(x+3)^2}\right\}dx$

$=-7\log|x-2|+\log(x^2+6x+14)-\frac{9}{\sqrt{5}}\arctan\frac{x+3}{\sqrt{5}}$
3　3　5

符号 $\triangle -1$
arc ミス $\triangle -3$

2 $\sqrt{\quad}+x=t$ とおくと $\sqrt{\quad}=t-x$

両辺2乗して $\cancel{x^2}+9x+1=t^2-2tx+\cancel{x^2}$　∴ $x=\frac{t^2-1}{2t+9}$ 2

また，$\frac{dx}{dt}=\frac{2t\cdot(2t+9)-(t^2-1)\cdot 2}{(2t+9)^2}=\frac{2(t^2+9t+1)}{(2t+9)^2}$ 2

さらに $\sqrt{\quad}=t-\frac{t^2-1}{2t+9}=\frac{t^2+9t+1}{2t+9}$ 1

∴ 与式 $=\int\frac{1}{\frac{t^2-1}{2t+9}\cdot\frac{t^2+9t+1}{2t+9}}\cdot\frac{2(t^2+9t+1)}{(2t+9)^2}dt=\int\frac{2}{t^2-1}dt=\int\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)dt=\log|t-1|-\log|t+1|$
2　3

3 $f=3x^2-y^3+6y^2-x^2y$

(1) $\begin{cases} f_x=6x-2xy=0 & \text{—①} \\ f_y=-3y^2+12y-x^2=0 & \text{—②} \end{cases}$

①より $2x(3-y)=0$　∴ $x=0$ or $y=3$

$x=0$ のとき，②より $-3y^2+12y=0$，$-3y(y-4)=0$　∴ $y=0,4$

$y=3$ のとき，②より $-27+36-x^2=0$，$x^2=9$　∴ $x=\pm3$

よって，停留点は $(0,0),(0,4),(\pm3,3)$

(2) $f_{xx}=6-2y$，$f_{yy}=-6y+12$，$f_{xy}=-2x$

$H=(6-2y)(-6y+12)-(-2x)^2=4\{3(y-3)(y-2)-x^2\}$

・$H(0,0)=72>0$，$f_{xx}(0,0)=6>0$　∴ $f(0,0)=0$ 小

25

・$H(0,4)=24>0$，$f_{xx}(0,4)=-2<0$　∴ $f(0,4)=32$ 大

・$H(\pm3,3)=-36<0$　∴ $f(\pm3,3)$ ×

10　$(0,0)$ 4　$H(0,0)=72>0$ 1　$f_{xx}(0,0)=6>0$ 1　$f(0,0)=0$ 3　小 1

10　$(0,4)$ 4　$H(0,4)=24>0$ 1　$f_{xx}(0,4)=-2<0$ 1　$f(0,4)=32$ 3　大 1

5　$(\pm3,3)$ 4　$H(\pm3,3)=-36<0$ 1

4

(1) $\int \frac{1}{x^2+x+1}dx = \int \frac{1}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(x+\frac{1}{2})^2}dx = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\arctan\frac{x+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}$ より

$\int_{-2}^{R}\frac{1}{x^2+x+1}dx = \left[\frac{2}{\sqrt{3}}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right]_{-2}^{R} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left\{\arctan\frac{2R+1}{\sqrt{3}} - (-\frac{\pi}{3})\right\} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\arctan\frac{2R+1}{\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore \int_{-2}^{\infty}\frac{1}{x^2+x+1}dx = \lim_{R\to\infty}\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\arctan\frac{2R+1}{\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{5}{\cancel{6}_3}\pi = \frac{5}{3\sqrt{3}}\pi$

(2) $\int_{-1}^{2}\left\{\int_{0}^{x^2}(5x-7y)dy\right\}dx = \int_{-1}^{2}\left[5xy-\frac{7}{2}y^2\right]_{y=0}^{y=x^2}dx = \int_{-1}^{2}(5x^3-\frac{7}{2}x^4)dx = \left[\frac{5}{4}x^4-\frac{7}{10}x^5\right]_{-1}^{2}$

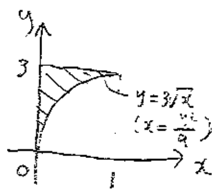
$= \frac{5}{4}(16-1)-\frac{7}{10}\{32-(-1)\} = \frac{75}{4}-\frac{231}{10} = \frac{375-462}{20} = -\frac{87}{20}$

(3) $\int_{1}^{2}\left(\int_{1}^{x}\log y\, dy\right)dx = \int_{1}^{2}\left[y\log y - y\right]_{y=1}^{y=x}dx = \int_{1}^{2}\{(x\log x - 1\cdot 0)-(x-1)\}dx$

$\log x \quad \frac{x^2}{2}$
$\frac{1}{x} \quad x$

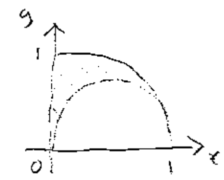
$= \left[\frac{x^2}{2}\log x - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}(x-1)^2\right]_{1}^{2} = \frac{1}{2}(4\log 2 - 1\cdot 0) - \frac{1}{4}(4-1) - \frac{1}{2}(1-0) = 2\log 2 - \frac{5}{4}$

(4) $\int_{0}^{1}\left(\int_{3\sqrt{x}}^{3}\sqrt{y^3+9}\,dy\right)dx = \int_{0}^{3}\left(\int_{0}^{\frac{y^2}{9}}\sqrt{y^3+9}\,dx\right)dy = \int_{0}^{3}\left[x\sqrt{\quad}\right]_{x=0}^{x=\frac{y^2}{9}}dy$



$= \int_{0}^{3}\frac{y^2}{9}\sqrt{\quad}\,dy = \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{3}\int_{0}^{3}(y^3+9)^{\frac{1}{2}}\cdot 3y^2dy = \frac{1}{27}\left[\frac{2}{3}(y^3+9)^{\frac{3}{2}}\right]_{0}^{3}$

$= \frac{2}{\cancel{81}_3}(\cancel{6}\cdot 6\cdot 6 - \cancel{3}\cdot 3\cdot 3) = \frac{2}{3}\cdot 7 = \frac{14}{3}$



(5) $\iint_{D}(5x-y)\,dxdy \quad (D: x \leqq x^2+y^2 \leqq 1,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0)$

$= \iint_{D'}(5r\cos\theta - r\sin\theta)\cdot r\,drd\theta \quad (D': 0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2},\ \cos\theta \leqq r \leqq 1)$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left\{\int_{\cos\theta}^{1}r^2(5\cos\theta - \sin\theta)dr\right\}d\theta$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{r^3}{3}(5\cos\theta - \sin\theta)\right]_{r=\cos\theta}^{r=1}d\theta$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{3}(1-\cos^3\theta)(5\cos\theta - \sin\theta)d\theta$

$= \frac{1}{3}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\{5\cos\theta - \sin\theta - 5\cos^4\theta - \cos^3\theta\cdot(-\sin\theta)\}d\theta$

$= \frac{1}{3}\left\{5\cdot 1 - 1 - 5\cdot\frac{3\cdot 1}{4\cdot 2}\cdot\frac{\pi}{2} - \left[\frac{1}{4}\cos^4\theta\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}\right\}$

$= \frac{1}{3}\left\{4 - \frac{15}{16}\pi - \frac{1}{4}(0-1)\right\}$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{17}{4} - \frac{15}{16}\pi\right)$

$= \frac{17}{12} - \frac{5}{16}\pi$

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}$ 3
$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\arctan\frac{2R+1}{\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}\right)$ 5 $\quad \frac{5}{3\sqrt{3}}\pi$ 10

(2) $-\frac{87}{20}$ 10

(3) $2\log 2$ 5 $-\frac{5}{4}$ 5

(4) $\int_{0}^{3}\left(\int_{0}^{\frac{y^2}{9}}\sqrt{\quad}\,dx\right)dy$ 3 $\quad \frac{14}{3}$ 10

(5) $\frac{17}{12}$ 5 $-\frac{5}{16}\pi$ 5