

科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
平成 26 年 1 月 21 日 (火) 2 回目 (~ 時限目)				担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 ()							

2013 年度 I 科 1 組 後期試験

※解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{x^2 + 10x - 33}{(x+3)(x^2 - 8x + 21)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2 - 8x + 21}$$

(2) $\int \frac{x^2 + 10x - 33}{(x+3)(x^2 - 8x + 21)} dx$ を求めよ.

- 2 $\sqrt{4x^2 - 7x + 1} + 2x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{x\sqrt{4x^2 - 7x + 1}} dx$ を求めよ.

- 3 $f(x, y) = x^3 + xy^2 - 2x^2 - y^2 - 2xy + x + 2y$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

※ $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

- 4 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} 2x \arctan x dx$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_{-1}^{x^2} (5y - x) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^2 \left(\int_{x^2}^{x^5} \frac{x^4}{y^2} dy \right) dx$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (x+2)e^{2y} dy \right\} dx$

(5) $\int_0^5 \left(\int_{\frac{4}{5}x}^4 \frac{y}{\sqrt{y^3 + 36}} dy \right) dx$ (順序変更)

$$\boxed{4} \quad (1) \quad \int_{-\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} 2x \arctan x \, dx = \left[(x^2+1) \arctan x - x \right]_{-\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}}$$

$$= \left\{ 4 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) \right\} - \left\{ \sqrt{3} - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \right\} = \frac{14}{9} \pi - \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\arctan x \quad \begin{array}{l} x^2+1 \\ 2x \end{array}$$

$$\frac{1}{1+x^2}$$

$$(2) \quad \int_{-1}^2 \left\{ \int_{-1}^{x^2} (5y-x) \, dy \right\} dx = \int_{-1}^2 \left[\frac{5}{2} y^2 - xy \right]_{y=-1}^{y=x^2} dx = \int_{-1}^2 \left\{ \frac{5}{2} (x^4-1) - x \{x^2-(-1)\} \right\} dx$$

$$= \int_{-1}^2 \left(\frac{5}{2} x^4 - x^3 - x - \frac{5}{2} \right) dx = \left[\frac{1}{2} x^5 - \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{2} x^2 - \frac{5}{2} x \right]_{-1}^2$$

$$= \frac{1}{2} \{32 - (-1)\} - \frac{1}{4} (16-1) - \frac{1}{2} (4-1) - \frac{5}{2} \{2 - (-1)\} = \frac{15}{4}$$

$$(3) \quad \int_1^2 \left(\int_{x^2}^{x^5} \frac{x^4}{y^2} \, dy \right) dx = \int_1^2 \left[-\frac{x^4}{y} \right]_{y=x^2}^{y=x^5} dx = \int_1^2 -x^4 \left(\frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^2 \left(-\frac{1}{x} + x^2 \right) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3} x^3 - \log |x| \right]_1^2 = \frac{1}{3} (8-1) - (\log 2 - 0) = \frac{7}{3} - \log 2$$

$$(4) \quad \int_0^1 \left\{ \int_0^x (x+2) e^{2y} \, dy \right\} dx = \int_0^1 \left[\frac{1}{2} (x+2) e^{2y} \right]_{y=0}^{y=x} dx = \int_0^1 \frac{1}{2} (x+2) (e^{2x} - 1) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \{ (x+2) e^{2x} - (x+2) \} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (x+2) e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{2} (x+2)^2 \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} (3e^2 - 2 \cdot 1) - \frac{1}{4} (e^2 - 1) - \frac{1}{2} (9 - 4) \right\} = \frac{5}{8} e^2 - \frac{13}{8}$$

$$(5) \quad \int_0^5 \left(\int_{\frac{4}{5}x}^4 \frac{y}{\sqrt{y^3+36}} \, dy \right) dx = \int_0^4 \left(\int_{\frac{4}{5}y}^{\frac{5}{4}y} \frac{y}{\sqrt{y^3+36}} \, dx \right) dy$$

$$= \int_0^4 \left[\frac{xy}{\sqrt{y^3+36}} \right]_{x=\frac{4}{5}y}^{x=\frac{5}{4}y} dy$$

$$= \int_0^4 \frac{5y^2}{4\sqrt{y^3+36}} \, dy$$

$$= \frac{5}{12} \int_0^4 (y^3+36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3y^2 \, dy$$

$$= \frac{5}{12} \left[2(y^3+36)^{\frac{1}{2}} \right]_0^4$$

$$= \frac{5}{6} (10 - 6)$$

$$= \frac{10}{3}$$

