科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 25 年 7 月 23 日 (火) 2 回目 (～ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )							

2013 年度 I 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ 次の関数を微分せよ.

(1) $\dfrac{-2x^2+5x+1}{x^2-x+3}$

(2) $\cos 5x \sin 2x$

(3) $\dfrac{\cos x}{2+\sin x}$

(4) $\dfrac{x\log x}{x+\log x}$

(5) $\log(-x+\sqrt{x^2+9})$

(6) $\arctan\dfrac{6-5x}{5+6x}$

(7) $\arctan\sqrt{\dfrac{3x-5}{7x+2}}$

(8) $\arccos\sqrt{1-4x^2}$

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ.

(1) $\arctan\dfrac{3}{4}=\alpha$, $\arctan\dfrac{12}{5}=\beta$ のとき, $\tan(\alpha+\beta)$ と $\sin(\alpha-\beta)$ の値を求めよ.

(2) $f(x)=\sqrt{1+x^2}\arctan x$ のとき, $(1+x^2)f''(x)+2xf'(x)-f(x)$ を簡単にせよ.

$\boxed{3}$ 次の関数の Maclaurin（マクローリン）展開をかっこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\dfrac{\arctan x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x+x^2}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arctan x = x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\cdots \quad (-1\leqq x\leqq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}=1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\cdots \quad (-1<x\leqq 1)$$

$$\sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\cdots \quad (-1\leqq x\leqq 1)$$

東京理科大学　平成　　年　　月　　日　**試　験　答　案**

科目名		担当	先生
該当学部を○で囲む	理学部 1 / 工学部 2	部　学科　年　番	氏名 I−1

評点

[1]

(1) $\left(\dfrac{-2x^2+5x+1}{x^2-x+3}\right)' = \dfrac{(-4x+5)\cdot(x^2-x+3)-(-2x^2+5x+1)\cdot(2x-1)}{(x^2-x+3)^2} = \dfrac{-3x^2-14x+16}{(x^2-x+3)^2}$

(2) $(\cos 5x\sin 2x)' = -5\sin 5x\cdot\sin 2x + \cos 5x\cdot 2\cos 2x = -5\sin 5x\sin 2x + 2\cos 5x\cos 2x$

(3) $\left(\dfrac{\cos x}{2+\sin x}\right)' = \dfrac{-\sin x\cdot(2+\sin x)-\cos x\cdot\cos x}{(2+\sin x)^2} = \dfrac{-1-2\sin x}{(2+\sin x)^2}$

(4) $\left(\dfrac{x\log x}{x+\log x}\right)' = \dfrac{(1\cdot\log x + x\cdot\frac{1}{x})\cdot(x+\log x) - x\log x\cdot(1+\frac{1}{x})}{(x+\log x)^2} = \dfrac{x+(\log x)^2}{(x+\log x)^2}$

(5) $\{\log(-x+\sqrt{x^2+9})\}' = \dfrac{1}{-x+\sqrt{x^2+9}}\cdot\left(-1+\dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+9}}\right) = \dfrac{1}{-x+\sqrt{x^2+9}}\cdot\dfrac{-\sqrt{x^2+9}+x}{\sqrt{x^2+9}} = -\dfrac{1}{\sqrt{x^2+9}}$

(6) $\left(\arctan\dfrac{6-5x}{5+6x}\right)' = \dfrac{1}{1+\left(\frac{6-5x}{5+6x}\right)^2}\cdot\dfrac{-5\cdot(5+6x)-(6-5x)\cdot 6}{(5+6x)^2} = \dfrac{(5+6x)^2}{61(1+x^2)}\cdot\dfrac{-61}{(5+6x)^2} = -\dfrac{1}{1+x^2}$

(7) $\left(\arctan\sqrt{\dfrac{3x-5}{7x+2}}\right)' = \dfrac{1}{1+\frac{3x-5}{7x+2}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{\frac{3x-5}{7x+2}}}\cdot\dfrac{3\cdot(7x+2)-(3x-5)\cdot 7}{(7x+2)^2} = \dfrac{7x+2}{10x-3}\cdot\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{7x+2}{3x-5}}\cdot\dfrac{41}{(7x+2)^2}$

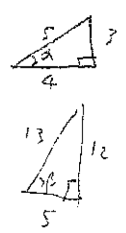
$= \dfrac{41}{2(10x-3)(7x+2)}\sqrt{\dfrac{7x+2}{3x-5}}$

(8) $\left(\arccos\sqrt{1-4x^2}\right)' = +\dfrac{1}{\sqrt{1-(1-4x^2)}}\cdot\dfrac{\cancel{+8}^{\,4}x}{\cancel{2}\sqrt{1-4x^2}} = \dfrac{1}{2|x|}\cdot\dfrac{4x}{\sqrt{1-4x^2}} = \dfrac{2x}{|x|\sqrt{1-4x^2}}$

[2]

(1) $\arctan\frac{3}{4}=\alpha$ より　$\tan\alpha=\frac{3}{4}$, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$　∴ $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\cos\alpha=\frac{4}{5}$

$\arctan\frac{12}{5}=\beta$ より　$\tan\beta=\frac{12}{5}$, $0<\beta<\frac{\pi}{2}$　∴ $\sin\beta=\frac{12}{13}$, $\cos\beta=\frac{5}{13}$



$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\frac{3}{4}+\frac{12}{5}}{1-\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}} = \dfrac{15+48}{20-36} = -\dfrac{63}{16}$

$\sin(\alpha-\beta) = \dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{5}{13} - \dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{12}{13} = \dfrac{15-48}{5\cdot 13} = -\dfrac{33}{65}$

(2) $f=\sqrt{1+x^2}\arctan x$ より　$f' = \dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{1+x^2}}\cdot\arctan x + \sqrt{1+x^2}\cdot\dfrac{1}{1+x^2}$　∴ $\sqrt{1+x^2}\,f' = x\arctan x + 1$

xでびぶん　$\dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{1+x^2}}\cdot f' + \sqrt{1+x^2}\cdot f'' = 1\cdot\arctan x + x\cdot\dfrac{1}{1+x^2}$

$xf' + (1+x^2)f'' = \underbrace{\sqrt{1+x^2}\arctan x}_{f} + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

∴ $(1+x^2)f'' + xf' - f = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

∴ $(1+x^2)f'' + 2xf' - f = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}\arctan x + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \dfrac{x^2\arctan x + 2x}{\sqrt{1+x^2}}$

$\boxed{3}$

(1) $\dfrac{\arctan x}{\sqrt{1+x}} = \left(x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5} - \cdots\right) \times \left(1 - \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{8}x^2 - \dfrac{5}{16}x^3 + \dfrac{35}{128}x^4 - \cdots\right)$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \cdots$$

$$- \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{8}x^5 + \cdots$$

$$+ \frac{1}{5}x^5 - \cdots$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^3 - \frac{7}{48}x^4 + \frac{223}{640}x^5 + \cdots$$

(2) $\sqrt{1+x+x^2} = 1 + \dfrac{1}{2}(x+x^2) - \dfrac{1}{8}(x+x^2)^2 + \dfrac{1}{16}(x+x^2)^3 - \dfrac{5}{128}(x+x^2)^4 + \cdots$

$$= 1 + \frac{1}{2}(x+x^2) - \frac{1}{8}(x^2+2x^3+x^4) + \frac{1}{16}(x^3+3x^4+\cdots) - \frac{5}{128}(x^4+\cdots) + \cdots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{128}x^4 + \cdots$$