

科目名	数学A	対象	1i-2	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評 点
平成 25 年 7 月 23 日 (火) 3 回目 (~ 時限目)				担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照持込可 ()							

2013 年度 I 科 2 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) ~ (5) は微分し, (6) は極限值を求めよ.

(1) $\frac{-2x^2 - 5x + 1}{x^2 + x + 3}$

(2) $\frac{x \log x}{x + \log x}$

(3) $\log|x - \sqrt{x^2 + 7}|$

(4) $\arctan \sqrt{\frac{5x - 3}{2x + 7}}$

(5) $\arccos \sqrt{1 - 4x^2}$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \log(1 - 2x)}{e^{3x} - 1 - 3x}$

2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arctan x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x+x^2}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \dots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

3 次の積分を求めよ.

(1) $\int \left(4 - \frac{1}{x}\right) \left(5x^2 - 3 + \frac{2}{x}\right) dx$

(2) $\int \frac{(e^{6x} - 4e^{-2x})^2}{e^{3x}} dx$

(3) $\int (2 \cos 7x - 5 \cos 4x)^2 dx$

[1]

$$(2) \left(\frac{x \log x}{x + \log x} \right)' = \frac{(1 \cdot \log x + x \cdot \frac{1}{x}) \cdot (x + \log x) - x \log x \cdot (1 + \frac{1}{x})}{(x + \log x)^2} = \frac{x + (\log x)^2}{(x + \log x)^2}$$

$$(5) (\arccos \sqrt{1-4x^2})' = - \frac{1}{\sqrt{1-(1-4x^2)}} \cdot \frac{-8x}{2\sqrt{1-4x^2}} = \frac{1}{2|x|} \cdot \frac{4x}{\sqrt{1-4x^2}} = \frac{2x}{|x|\sqrt{1-4x^2}}$$

[2]

$$\begin{aligned} (1) \frac{\arctan x}{\sqrt{1+x}} &= \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right) \\ &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots \\ &\quad - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{8}x^5 + \dots \\ &\quad + \frac{1}{5}x^5 + \dots \\ &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^3 - \frac{7}{48}x^4 + \frac{223}{640}x^5 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{1+x+x^2} &= 1 + \frac{1}{2}(x+x^2) - \frac{1}{8}(x+x^2)^2 + \frac{1}{16}(x+x^2)^3 - \frac{5}{128}(x+x^2)^4 + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{2}(x+x^2) - \frac{1}{8}(x^2+2x^3+x^4) + \frac{1}{16}(x^3+3x^4+\dots) - \frac{5}{128}(x^4+\dots) + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2 \\ &\quad - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{8}x^4 \\ &\quad + \frac{1}{16}x^3 + \frac{3}{16}x^4 \\ &\quad - \frac{5}{128}x^4 + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{128}x^4 + \dots \end{aligned}$$