

科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評 点
平成 26 年 7 月 29 日 (火) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学 年		氏 名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 ()							

2014 年度 I 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

- 1 次の関数を微分せよ.
- (1) $\frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 - 5x + 11}$

(2) $\log(-x + \sqrt{x^2 + 6})$

(3) $\frac{x \arctan x}{\sqrt{1 + x^2}}$

(4) $\arctan \sqrt{\frac{3x - 8}{2x + 7}}$

(5) $\arccos \sqrt{1 - 9x^2}$
- 2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.
- (1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1 + x - \frac{x^2}{3}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$

$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

- 3 次を求めよ.
- (1) $\int \left(3x - 1 + \frac{2}{x}\right) \left(5x - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(e^{5x} - 3e^{-3x})^2}{e^{4x}} dx$

(3) $\int (3 \sin 5x - 2 \cos 2x)^2 dx$

科目名				担当	先生
学部	理学部	1	部	氏名	I-1
学部	工学部	2	部	氏名	

評点

$$\boxed{1} (1) \left(\frac{x^2+3x+4}{x^2-5x+11} \right)' = \frac{(2x+3) \cdot (x^2-5x+11) - (x^2+3x+4) \cdot (2x-5)}{(x^2-5x+11)^2} = \frac{-8x^2+14x+53}{(x^2-5x+11)^2}$$

$$(2) \left\{ \log(-x+\sqrt{x^2+6}) \right\}' = \frac{1}{-x+\sqrt{x^2+6}} \cdot \left(-1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+6}} \right) = \frac{1}{-x+\sqrt{x^2+6}} \cdot \frac{-\sqrt{x^2+6}+x}{\sqrt{x^2+6}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+6}}$$

$$(3) \left(\frac{x \arctan x}{\sqrt{1+x^2}} \right)' = \dots = \frac{\arctan x + x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} \quad \leftarrow \text{次 } \wedge^0 - \text{ 迄}$$

$$(4) \left(\arctan \sqrt{\frac{3x-8}{2x+7}} \right)' = \frac{1}{1+\frac{3x-8}{2x+7}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x-8}{2x+7}}} \cdot \frac{3 \cdot (2x+7) - (3x-8) \cdot 2}{(2x+7)^2} \right\} = \frac{2x+7}{5x-1} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2x+7}{3x-8}} \cdot \frac{37}{(2x+7)^2}$$

$$= \frac{37}{2(5x-1)(2x+7)} \sqrt{\frac{2x+7}{3x-8}}$$

$$(5) \left(\arccos \sqrt{1-9x^2} \right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-9x^2)}} \cdot \frac{-18x}{2\sqrt{1-9x^2}} = \frac{3x}{|x|\sqrt{1-9x^2}}$$

$$\boxed{2} (1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots \quad \leftarrow \text{次 } \wedge^0 - \text{ 迄}$$

$$(2) \sqrt{1+x-\frac{x^2}{3}} = 1 + \frac{1}{2}\left(x-\frac{x^2}{3}\right) - \frac{1}{8}\left(x-\frac{x^2}{3}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x-\frac{x^2}{3}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x-\frac{x^2}{3}\right)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{9}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3-x^4+\dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4+\dots\right) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{24}x^2 + \frac{7}{48}x^3 - \frac{133}{1152}x^4 + \dots$$

$$\boxed{3} (1) \int \left(3x-1+\frac{2}{x}\right) \left(5x-\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}\right) dx = \int \left(15x^2-5x-2+\frac{1}{x}-\frac{7}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right) dx$$

$$= 5x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + \log|x| + \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$(2) \int \frac{(e^{5x}-3e^{-3x})^2}{e^{4x}} dx = \int \frac{e^{10x}-6e^{2x}+9e^{-6x}}{e^{4x}} dx = \int (e^{6x}-6e^{-2x}+9e^{-10x}) dx$$

$$= \frac{1}{6}e^{6x} + 3e^{-2x} - \frac{9}{10}e^{-10x}$$

$$(3) \int (3\sin 5x - 2\cos 2x)^2 dx = \int (9\sin^2 5x - 12\sin 5x \cos 2x + 4\cos^2 2x) dx$$

$$= \int \left\{ 9 \cdot \frac{1-\cos 10x}{2} - 12 \cdot \frac{1}{2}(\sin 7x + \sin 3x) + 4 \cdot \frac{1+\cos 4x}{2} \right\} dx$$

$$= \int \left(\frac{13}{2} - \frac{9}{2}\cos 10x - 6\sin 7x - 6\sin 3x + 2\cos 4x \right) dx$$

$$= \frac{13}{2}x - \frac{9}{20}\sin 10x + \frac{6}{7}\cos 7x + 2\cos 3x + \frac{1}{2}\sin 4x$$

[1]

$$(3) \left(\frac{x \arctan x}{\sqrt{1+x^2}} \right)' = \frac{(1 \cdot \arctan x + x \cdot \frac{1}{1+x^2}) \cdot \sqrt{1+x^2} - x \arctan x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{\arctan x + x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

[2]

$$\begin{aligned} (1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} &= \arcsin x \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}} \\ &= \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right) \\ &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots \\ &\quad + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots \\ &\quad + \frac{3}{40}x^5 - \dots \\ &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots \end{aligned}$$