

科目名	数学A	対象	1i-2	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 26 年 7 月 29 日 (火) 3 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記の参考資料持込可 ()							

2014 年度 I 科 2 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) ~ (4) は微分し, (5) は極限値を求めよ.

(1) $\frac{x^2 - 6x + 2}{x^2 + 7x + 15}$

(2) $\frac{x \arctan x}{\sqrt{1+x^2}}$

(3) $\arctan \sqrt{\frac{7x+2}{8x-3}}$

(4) $\arcsin \frac{3}{\sqrt{x^2+9}}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + \log(1-5x)}{e^{4x} - 1 - 4x}$

2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をかつこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x-\frac{x^2}{3}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

3 次を求めよ.

(1) $\int \left(2x - 3 + \frac{5}{x}\right) \left(4x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(4e^{5x} + 3e^{-3x})^2}{e^{4x}} dx$

(3) $\int (2 \sin 5x - 3 \cos 2x + 1)^2 dx$

科目名					担当	先生
該当学部 をわ	理学部	1	部	学科	年	番
	工学部	2				
					氏名	I-2

評 点

1 (1) $\left(\frac{x^2-6x+2}{x^2+7x+15}\right)' = \frac{(2x-6) \cdot (x^2+7x+15) - (x^2-6x+2) \cdot (2x+7)}{(x^2+7x+15)^2} = \frac{13x^2+26x-104}{(x^2+7x+15)^2} \left(= \frac{13(x^2+2x-8)}{(x^2+7x+15)^2} \right)$

(2) $\left(\frac{x \arctan x}{\sqrt{1+x^2}}\right)' = \frac{(1 \cdot \arctan x + x \cdot \frac{1}{1+x^2}) \cdot \sqrt{1+x^2} - x \arctan x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{\arctan x + x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$

(3) $\left(\arctan \sqrt{\frac{7x+2}{8x-3}}\right)' = \frac{1}{1+\frac{7x+2}{8x-3}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{7x+2}{8x-3}}} \cdot \frac{7 \cdot (8x-3) - (7x+2) \cdot 8}{(8x-3)^2} \right\} = \frac{8x-3}{15x-1} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8x-3}{7x+2}} \cdot \frac{-37}{(8x-3)^2}$
 $= \frac{-37}{2(15x-1)(8x-3)} \sqrt{\frac{8x-3}{7x+2}}$

(4) $\left(\arcsin \frac{3}{\sqrt{x^2+9}}\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2+9}}} \cdot \left(-\frac{6x}{2\sqrt{x^2+9}}\right) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{|x|} \cdot \frac{-3x}{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}} = \frac{-3x}{|x|(x^2+9)}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + \log(1-5x)}{e^{4x} - 1 - 4x} \equiv \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 + \frac{-5}{1-5x}}{4e^{4x} - 4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-25x}{1-5x}}{4(e^{4x} - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{e^{4x} - 1} \cdot \frac{-25}{16(1-5x)} = 1 \cdot \frac{-25}{16} = -\frac{25}{16}$

2 (1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots$
 (2) $\sqrt{1+x-\frac{x^2}{3}} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{24}x^2 + \frac{7}{48}x^3 - \frac{133}{1152}x^4 + \dots$ } 次々〇=

3 (1) $\int (2x-3+\frac{5}{x})(4x-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2})dx = \int (8x^2-12x+18+\frac{5}{x}-\frac{8}{x^2}+\frac{5}{x^3})dx$
 $= \frac{8}{3}x^3-6x^2+18x+5\log|x|+\frac{8}{x}-\frac{5}{2x^2}$

(2) $\int \frac{(4e^{5x}+3e^{-3x})^2}{e^{4x}}dx = \int \frac{16e^{10x}+24e^{2x}+9e^{-6x}}{e^{4x}}dx$
 $= \int (16e^{6x}+24e^{-2x}+9e^{-10x})dx = \frac{8}{3}e^{6x}-12e^{-2x}-\frac{9}{10}e^{-10x}$

(3) $\int (2\sin 5x-3\cos 2x+1)^2dx = \int (4\sin^2 5x+9\cos^2 2x+1-12\sin 5x\cos 2x-6\cos 2x+4\sin 5x)dx$
 $= \int \left\{ 4 \cdot \frac{1-\cos 10x}{2} + 9 \cdot \frac{1+\cos 4x}{2} + 1 - 12 \cdot \frac{1}{2}(\sin 7x+\sin 3x) - 6\cos 2x + 4\sin 5x \right\} dx$
 $= \int \left(\frac{15}{2} - 2\cos 10x + \frac{9}{2}\cos 4x - 6\sin 7x - 6\sin 3x - 6\cos 2x + 4\sin 5x \right) dx$
 $= \frac{15}{2}x - \frac{1}{5}\sin 10x + \frac{9}{8}\sin 4x + \frac{6}{7}\cos 7x + 2\cos 3x - 3\sin 2x - \frac{4}{5}\cos 5x$

2

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} &= \arcsin x \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}} \\
 &= \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right) \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots \\
 &\quad + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots \\
 &\quad + \frac{3}{40}x^5 - \dots \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \sqrt{1+x-\frac{x^2}{3}} &= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{x^2}{3}\right) - \frac{1}{8}\left(x - \frac{x^2}{3}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x - \frac{x^2}{3}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x - \frac{x^2}{3}\right)^4 + \dots \\
 &= 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{9}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3 - x^4 + \dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4 + \dots\right) + \dots \\
 &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x^2 \\
 &\quad - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{72}x^4 \\
 &\quad + \frac{1}{16}x^3 - \frac{1}{16}x^4 + \dots \\
 &\quad - \frac{5}{128}x^4 + \dots \\
 &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{24}x^2 + \frac{7}{48}x^3 - \frac{133}{1152}x^4 + \dots
 \end{aligned}$$