科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号	
平成 28 年 1 月 19 日 (火) 2 回目 (～ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名	
試験時間	60 分	注意事項	1. 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )						

評点

2015 年度 I 科 1 組　後期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

$$\frac{-x^2+29x-79}{(x+5)(x^2-8x+18)}=\frac{A}{x+5}+\frac{Bx+C}{x^2-8x+18}$$

(2) $\displaystyle\int\frac{-x^2+29x-79}{(x+5)(x^2-8x+18)}dx$ を求めよ．

2 $\sqrt{9x^2-5x+1}+3x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int\frac{1}{x\sqrt{9x^2-5x+1}}dx$ を求めよ．

3 $f(x,y)=x^3+xy^2-3x^2-\dfrac{4}{3}y^2-2xy+\dfrac{8}{3}x+\dfrac{8}{3}y$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \implies f(a,b)$：極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \implies f(a,b)$：極大値
$H(a,b)<0 \implies f(a,b)$：極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

4 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}}2x\arctan x\,dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-2}^{1}\left\{\int_{-1}^{x^2}(x+4y)dy\right\}dx$

(3) $\displaystyle\int_0^2\left(\int_0^x xe^y dy\right)dx$　　(4) $\displaystyle\int_1^3\left(\int_x^{x^2}\frac{x}{y}dy\right)dx$

(5) $\displaystyle\int_0^3\left\{\int_{\frac{2}{3}x}^{2}y^2(y^4+9)^{-\frac{3}{2}}dy\right\}dx$　(順序変更)

東京理科大学　年　月　日　**試験答案**　評点

科目名		担当	先生
所属 学籍番号	学部　学科　番	氏名	I − 1

$\boxed{1}$

(1) $\dfrac{-x^2+29x-79}{(x+5)(x^2-8x+18)} = \dfrac{A}{x+5} + \dfrac{Bx+C}{x^2-8x+18}$

の分母をはらうと

$-x^2+29x-79 = A(x^2-8x+18) + (Bx+C)(x+5)$

・$x=-5$ 代入　$-249 = 83A$　$\therefore A=-3$

・$x=0$ 代入　$-79 = 18A+5C$

$-79 = -54+5C$　$\therefore C=-5$

・$x=1$ 代入　$-51 = 11A+6(B+C)$

$-51 = -33+6(B-5)$　$\therefore B=2$

よって　$A=-3,\ B=2,\ C=-5$

(2) (1)の結果より

$$\int \frac{-x^2+29x-79}{(x+5)(x^2-8x+18)}dx$$

$$= \int \left(-\frac{3}{x+5} + \frac{2x-5}{x^2-8x+18}\right)dx$$

$$= \int \left\{-\frac{3}{x+5} + \frac{(2x-8)+3}{x^2-8x+18}\right\}dx$$

$$= \int \left\{-\frac{3}{x+5} + \frac{2x-8}{x^2-8x+18} + \frac{3}{(\sqrt{2})^2+(x-4)^2}\right\}dx$$

$$= -3\log|x+5| + \log(x^2-8x+18) + \frac{3}{\sqrt{2}}\arctan\frac{x-4}{\sqrt{2}}$$

$\boxed{2}$

$\sqrt{9x^2-5x+1}+3x = t$ とおくと $\sqrt{9x^2-5x+1} = t-3x$

両辺2乗して

$9x^2-5x+1 = t^2-6tx+9x^2$　$\therefore x = \dfrac{t^2-1}{6t-5}$

また

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2t\cdot(6t-5)-(t^2-1)\cdot 6}{(6t-5)^2} = \frac{2(3t^2-5t+3)}{(6t-5)^2}$$

さらに

$$\sqrt{9x^2-5x+1} = t-3x = t-3\cdot\frac{t^2-1}{6t-5} = \frac{3t^2-5t+3}{6t-5}$$

よって

$$\int \frac{1}{x\sqrt{9x^2-5x+1}}dx$$

$$= \int \frac{1}{\dfrac{t^2-1}{6t-5}\cdot\dfrac{3t^2-5t+3}{6t-5}}\cdot\frac{2(3t^2-5t+3)}{(6t-5)^2}dt$$

$$= \int \frac{2}{t^2-1}dt$$

$$= \int \frac{2}{(t-1)(t+1)}dt$$

$$= \int \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right)dt$$

$$= \log|t-1| - \log|t+1|$$

$\boxed{3}$

$f(x,y) = x^3+xy^2-3x^2-\frac{4}{3}y^2-2xy+\frac{8}{3}x+\frac{8}{3}y$

(1) $\begin{cases} f_x(x,y) = 3x^2+y^2-6x-2y+\frac{8}{3} = 0 & \cdots ① \\ f_y(x,y) = 2xy-\frac{8}{3}y-2x+\frac{8}{3} = 0 & \cdots ② \end{cases}$

②より　$2y\left(x-\frac{4}{3}\right) - 2\left(x-\frac{4}{3}\right) = 0$

$2\left(x-\frac{4}{3}\right)(y-1) = 0$

$\therefore x = \frac{4}{3}$ または $y=1$

(i) $x=\frac{4}{3}$ のとき, ①より

$\frac{16}{3}+y^2-8-2y+\frac{8}{3} = 0$

$y(y-2) = 0$

$\therefore y = 0, 2$

(ii) $y=1$ のとき, ①より

$3x^2+1-6x-2+\frac{8}{3} = 0$

$9x^2-18x+5 = 0$

$(3x-1)(3x-5) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}, \frac{5}{3}$

以上(i),(ii)より, 停留点は

$\left(\frac{4}{3},0\right), \left(\frac{4}{3},2\right), \left(\frac{1}{3},1\right), \left(\frac{5}{3},1\right)$

(2) $f_{xx}(x,y) = 6x-6$, $f_{yy}(x,y) = 2x-\frac{8}{3}$, $f_{xy}(x,y) = 2y-2$

$H(x,y) = (6x-6)\left(2x-\frac{8}{3}\right) - (2y-2)^2$

・$H\left(\frac{4}{3},0\right) = 2\cdot 0 - (-2)^2 = -4 < 0$

$\therefore f\left(\frac{4}{3},0\right)$: 極値でない

・$H\left(\frac{4}{3},2\right) = 2\cdot 0 - 2^2 = -4 < 0$

$\therefore f\left(\frac{4}{3},2\right)$: 極値でない

・$H\left(\frac{1}{3},1\right) = (-4)\cdot(-2) - 0^2 = 8 > 0$, $f_{xx}\left(\frac{1}{3},1\right) = -4 < 0$

$\therefore f\left(\frac{1}{3},1\right) = \frac{43}{27}$: 極大値

・$H\left(\frac{5}{3},1\right) = 4\cdot\frac{2}{3} - 0^2 = \frac{8}{3} > 0$, $f_{xx}\left(\frac{5}{3},1\right) = 4 > 0$

$\therefore f\left(\frac{5}{3},1\right) = \frac{11}{27}$: 極小値

$\boxed{4}$

(1) $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} 2x\arctan x\,dx$

$\arctan x \quad x^2+1$

$\frac{1}{1+x^2} \quad 2x$

$$= \Big[(x^2+1)\arctan x\Big]_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} - \int_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} dx$$

$$= \left\{\frac{4}{3}\cdot\frac{\pi}{6} - 4\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right\} - \Big[x\Big]_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{14}{9}\pi - \left\{\frac{1}{\sqrt{3}} - (-\sqrt{3})\right\}$$

$$= \frac{14}{9}\pi - \frac{4}{\sqrt{3}}$$

(2) $\displaystyle\int_{-2}^{1}\left\{\int_{-1}^{x^2}(x+4y)\,dy\right\}dx$

$$= \int_{-2}^{1}\Big[xy + 2y^2\Big]_{y=-1}^{y=x^2}dx$$

$$= \int_{-2}^{1}\{(x^3+2x^4) - (-x+2)\}dx$$

$$= \int_{-2}^{1}(x^3+2x^4+x-2)\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_{-2}^{1}$$

$$= \left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}-2\right) - \left(4 - \frac{64}{5} + 2 + 4\right)$$

$$= \frac{39}{20}$$

(3) $\displaystyle\int_0^2\left(\int_0^x xe^y\,dy\right)dx$

$$= \int_0^2\Big[xe^y\Big]_{y=0}^{y=x}dx$$

$$= \int_0^2 x(e^x-1)\,dx$$

$$= \int_0^2 (xe^x - x)\,dx$$

$x \quad e^x$

$1 \quad e^x$

$$= \left(\Big[xe^x\Big]_0^2 - \int_0^2 e^x dx\right) - \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^2$$

$$= (2e^2 - 0\cdot1) - \Big[e^x\Big]_0^2 - 2$$

$$= 2e^2 - (e^2-1) - 2$$

$$= e^2 - 1$$

(4) $\displaystyle\int_1^3\left(\int_x^{x^2}\frac{x}{y}\,dy\right)dx$

$$= \int_1^3\Big[x\log y\Big]_{y=x}^{y=x^2}dx$$

$$= \int_1^3 x(\log x^2 - \log x)\,dx$$

$$= \int_1^3 x\log x\,dx$$

$\log x \quad \frac{1}{2}x^2$

$\frac{1}{x} \quad x$

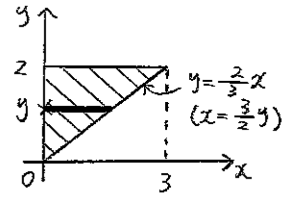
$$= \left[\frac{1}{2}x^2\log x\right]_1^3 - \frac{1}{2}\int_1^3 x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}(9\log 3 - 1\cdot 0) - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^3$$

$$= \frac{9}{2}\log 3 - \frac{1}{4}(9-1)$$

$$= \frac{9}{2}\log 3 - 2$$

(5) $\displaystyle\int_0^3\left\{\int_{\frac{2}{3}x}^{2} y^2(y^4+9)^{-\frac{3}{2}}dy\right\}dx \quad \cdots (*)$



積分領域は

$D: 0 \leqq x \leqq 3,\ \frac{2}{3}x \leqq y \leqq 2$

であるが，これは

$D: 0 \leqq y \leqq 2,\ 0 \leqq x \leqq \frac{3}{2}y$

でもあるから

$$(*) = \int_0^2\left\{\int_0^{\frac{3}{2}y} y^2(y^4+9)^{-\frac{3}{2}}dx\right\}dy$$

$$= \int_0^2\Big[xy^2(y^4+9)^{-\frac{3}{2}}\Big]_{x=0}^{x=\frac{3}{2}y}dy$$

$$= \int_0^2 \frac{3}{2}y^3(y^4+9)^{-\frac{3}{2}}dy$$

$$= \frac{3}{8}\int_0^2 (y^4+9)^{-\frac{3}{2}}\cdot 4y^3\,dy$$

$$= \frac{3}{8}\Big[-2(y^4+9)^{-\frac{1}{2}}\Big]_0^2$$

$$= -\frac{3}{4}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{10}$$