

科目名	数学A	対象	1i-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評 点
平成 27 年 7 月 28 日 (火) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学 年		氏 名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記の参考資料持込可 ()							

2015 年度 I 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ.

(1) $\frac{-3x^2 + 5x}{4x^2 - 3x + 2}$

(2) $\frac{(\arctan x)^2}{\sqrt{1+x^2}}$

(3) $\arctan \sqrt{\frac{7x+11}{5x-6}}$

(4) $\arccos \sqrt{1-3x^2}$

2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をかつこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x-\frac{2x^2}{3}}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

3 次を求めよ.

(1) $\int \left(6x - 5 + \frac{7}{x}\right) \left(4x - \frac{1}{2x} + \frac{3}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(3e^{6x} - 2e^{-2x})^2}{e^{7x}} dx$

(3) $\int (5 \cos 7x - 2 \sin 2x)^2 dx$

科目名		担当 先生	
理学部	1	氏 名 I-1	
工学部	2		

1

$$(1) \left(\frac{-3x^2+5x}{4x^2-3x+2} \right)' = \frac{(-6x+5) \cdot (4x^2-3x+2) - (-3x^2+5x) \cdot (8x-3)}{(4x^2-3x+2)^2} = \frac{-11x^2-12x+10}{(4x^2-3x+2)^2}$$

$$(2) \left\{ \frac{(\arctan x)^2}{\sqrt{1+x^2}} \right\}' = \frac{(2\arctan x \cdot \frac{1}{1+x^2}) \cdot \sqrt{1+x^2} - (\arctan x)^2 \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{2\arctan x - x(\arctan x)^2}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

$$(3) \left(\arctan \sqrt{\frac{7x+11}{5x-6}} \right)' = \frac{1}{1 + \frac{7x+11}{5x-6}} \cdot \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\frac{7x+11}{5x-6}}} \cdot \frac{7 \cdot (5x-6) - (7x+11) \cdot 5}{(5x-6)^2} \right\}$$

$$= \frac{5x-6}{12x+5} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{7x+11}{5x-6}}} \cdot \frac{-97}{(5x-6)^2} = \frac{-97}{2(12x+5)(5x-6)\sqrt{\frac{5x-6}{7x+11}}}$$

$$(4) \left(\arccos \sqrt{1-3x^2} \right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-3x^2)}} \cdot \frac{-6x}{2\sqrt{1-3x^2}} = \frac{-1}{\sqrt{3x^2}} \cdot \frac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}} = \frac{\sqrt{3}x}{|x|\sqrt{1-3x^2}}$$

2

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} = \arcsin x \times \frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

$$= \left(x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \right) \times \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right)$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 - \dots$$

$$+ \frac{3}{40}x^5 - \dots$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 - \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 - \dots$$

$$(2) \sqrt{1+x-\frac{2x^2}{3}} = 1 + \frac{1}{2}\left(x-\frac{2x^2}{3}\right) - \frac{1}{8}\left(x-\frac{2x^2}{3}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(x-\frac{2x^2}{3}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(x-\frac{2x^2}{3}\right)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(x-\frac{2}{3}x^2\right) - \frac{1}{8}\left(x^2-\frac{4}{3}x^3+\frac{4}{9}x^4\right) + \frac{1}{16}\left(x^3-2x^4+\dots\right) - \frac{5}{128}\left(x^4+\dots\right) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x^2$$

$$- \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{18}x^4$$

$$+ \frac{1}{16}x^3 - \frac{1}{8}x^4$$

$$- \frac{5}{128}x^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{11}{24}x^2 + \frac{11}{48}x^3 - \frac{253}{1152}x^4 + \dots$$

$$\begin{aligned}
 (1) \int \left(6x - 5 + \frac{7}{x}\right) \left(4x - \frac{1}{2x} + \frac{3}{x^2}\right) dx &= \int \left(24x^2 - 20x + 25 + \frac{41}{2x} - \frac{37}{2x^2} + \frac{21}{x^3}\right) dx \\
 &= 8x^3 - 10x^2 + 25x + \frac{41}{2} \log|x| + \frac{37}{2x} - \frac{21}{2x^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \int \frac{(3e^{6x} - 2e^{-2x})^2}{e^{7x}} dx &= \int \frac{9e^{12x} - 12e^{4x} + 4e^{-4x}}{e^{7x}} dx \\
 &= \int (9e^{5x} - 12e^{-3x} + 4e^{-11x}) dx \\
 &= \frac{9}{5} e^{5x} + 4e^{-3x} - \frac{4}{11} e^{-11x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \int (5\cos 7x - 2\sin 2x)^2 dx &= \int (25\cos^2 7x - 20\cos 7x \sin 2x + 4\sin^2 2x) dx \\
 &= \int \left\{ 25 \cdot \frac{1+\cos 14x}{2} - 20 \cdot \frac{1}{2} (\sin 9x - \sin 5x) + 4 \cdot \frac{1-\cos 4x}{2} \right\} dx \\
 &= \int \left(\frac{25}{2} + \frac{25}{2} \cos 14x - 10 \sin 9x + 10 \sin 5x - 2 \cos 4x \right) dx \\
 &= \frac{25}{2} x + \frac{25}{28} \sin 14x + \frac{10}{9} \cos 9x - 2 \cos 5x - \frac{1}{2} \sin 4x
 \end{aligned}$$