

11. 2次方程式の解の配置

2次方程式の解の配置は、グラフを利用して考える。そのとき

(1) 頂点の y 座標の符号 (判別式でもよい)

(2) 軸の位置

(3) 解の限界における y 座標の符号

に注意するとよい。ただし、1つだけ例外があって、2つの解の間に定数がある場合は、(3)のみでよい。

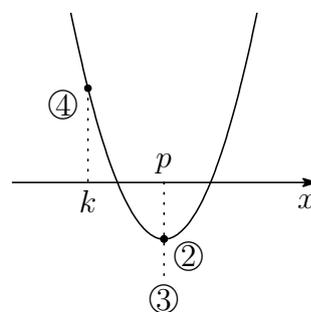
【例題】

$a > 0$ として、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ……① を考える。 $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおき、軸を $x = p$ 、判別式を D とする。代表的な解の配置は次である。

(1) ① が k より大きい解を2つもつ条件は

$$\begin{cases} f(p) \leq 0 \ (D \geq 0) & \dots\dots② \\ k < p & \dots\dots③ \\ f(k) > 0 & \dots\dots④ \end{cases}$$

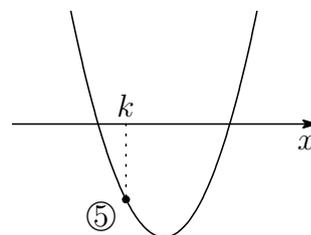
※「異なる2つ」でないときは、②は重解の場合も含める。



(2) ① が k より大きい解と小さい解をもつ条件は

$$f(k) < 0 \quad \dots\dots⑤$$

※ $f(k) < 0$ であれば、 $f(p) < 0$ ($D > 0$) は成り立つから実数解をもつ条件は必要ない。また、軸は k より右側になる場合や左側になる場合のどちらもありえるから、軸の条件は定まらない。だから、端点の条件⑤のみでよいということになる。



【問題 4.9】

x についての 2 次方程式 $x^2 + 2px + 12 - p = 0$ について次の問いに答えよ.

- (1) 異なる 2 つの実数解をもつとき, 定数 p の値の範囲を求めよ.
- (2) 異なる 2 つの実数解がともに 1 より大きいとき, 定数 p の値の範囲を求めよ.
- (3) 異なる 2 つの実数解の絶対値がともに 5 より小さいとき, 定数 p の値の範囲を求めよ.

(2008 京都学園大)

解答

$x^2 + 2px + 12 - p = 0$ ……① の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = p^2 - (12 - p) = p^2 + p - 12 = (p + 4)(p - 3)$$

また, $f(x) = x^2 + 2px + 12 - p$ とおく.

(1) ① が異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$\frac{D}{4} = (p + 4)(p - 3) > 0 \quad \therefore p < -4, 3 < p$$

(2) ① が $x > 1$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} D > 0 & \dots\dots② \\ 1 < -p & \dots\dots③ \\ f(1) = p + 13 > 0 & \dots\dots④ \end{cases}$$

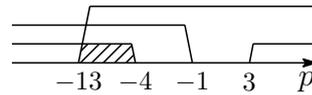
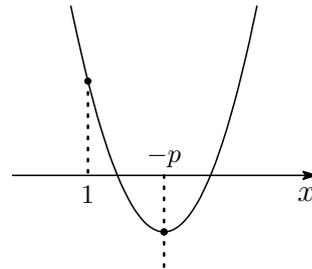
② より $p < -4, 3 < p$

③ より $p < -1$

④ より $p > -13$

これらの共通部分をとると

$$-13 < p < -4$$



(3) ① が $-5 < x < 5$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} D > 0 & \dots\dots⑤ \\ -5 < -p < 5 & \dots\dots⑥ \\ f(-5) = -11p + 37 > 0 & \dots\dots⑦ \\ f(5) = 9p + 37 > 0 & \dots\dots⑧ \end{cases}$$

⑤ より $p < -4, 3 < p$

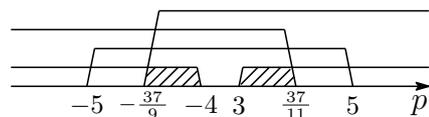
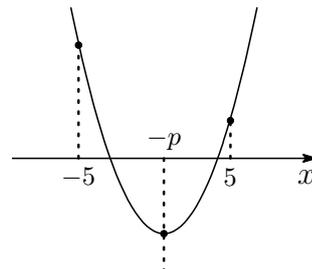
⑥ より $-5 < p < 5$

⑦ より $p < \frac{37}{11}$

⑧ より $p > -\frac{37}{9}$

これらの共通部分をとると

$$-\frac{37}{9} < p < -4, 3 < p < \frac{37}{11}$$



【問題 4.10】

x の 2 次方程式 $x^2 - 2(k-1)x + k + 5 = 0$ について、次の問いに答えよ。

(1) この 2 次方程式が $-4 < x < -3$, $-1 < x < 0$ の範囲に 1 つずつ実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

(2) この 2 次方程式が $1 \leq x \leq 5$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

解答

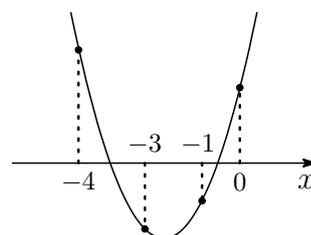
$x^2 - 2(k-1)x + k + 5 = 0$ ……① の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k+5) = k^2 - 3k - 4 = (k+1)(k-4)$$

また、 $f(x) = x^2 - 2(k-1)x + k + 5$ とおく。

(1) ① が $-4 < x < -3$, $-1 < x < 0$ の範囲に 1 つずつ実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} f(-4) = 9k + 13 > 0 & \dots\dots② \\ f(-3) = 7k + 8 < 0 & \dots\dots③ \\ f(-1) = 3k + 4 < 0 & \dots\dots④ \\ f(0) = k + 5 > 0 & \dots\dots⑤ \end{cases}$$

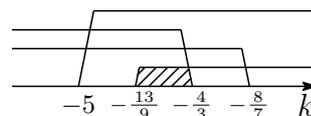


② より $k > -\frac{13}{9}$

③ より $k < -\frac{8}{7}$

④ より $k < -\frac{4}{3}$

⑤ より $k > -5$

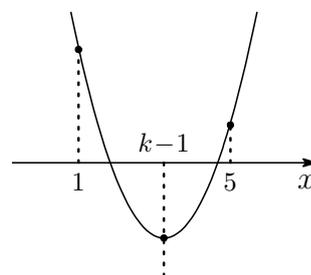


これらの共通部分をとると

$$-\frac{13}{9} < k < -\frac{4}{3}$$

(2) ① が $1 \leq x \leq 5$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} D = 4(k+1)(k-4) > 0 & \dots\dots⑥ \\ 1 < k-1 < 5 & \dots\dots⑦ \\ f(1) = -k + 8 \geq 0 & \dots\dots⑧ \\ f(5) = -9k + 40 \geq 0 & \dots\dots⑨ \end{cases}$$

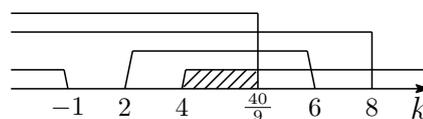


⑥ より $k < -1, 4 < k$

⑦ より $2 < k < 6$

⑧ より $k \leq 8$

⑨ より $k \leq \frac{40}{9}$



これらの共通部分をとると

$$4 < k \leq \frac{40}{9}$$

【問題 4.11】

m を実数の定数とする. x の方程式 $(m+1)x^2 + 2(m-1)x + 2m-5 = 0$ がただ 1 つの実数解をもつような m の値は であり, 異なる 2 つの負の実数解をもつような m の値の範囲は である.

(2009 関西学院大)

解答

$(m+1)x^2 + 2(m-1)x + 2m-5 = 0$ ……① とおく.

(1) (i) $m+1 = 0$ すなわち $m = -1$ のとき

① は $-4x - 7 = 0$ となるから, 実数解は $x = -\frac{7}{4}$ のただ 1 つである.

(ii) $m+1 \neq 0$ すなわち $m \neq -1$ のとき

① の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - (m+1)(2m-5) = -m^2 + m + 6 = -(m+2)(m-3)$$

① がただ 1 つの実数解をもつ条件は, ① が重解をもつことであるから

$$\frac{D}{4} = -(m+2)(m-3) = 0 \quad \therefore m = -2, 3 \quad (m \neq -1 \text{ をみたま)$$

以上 (i),(ii) より, 求める m の値は $m = -1, -2, 3$

(2) $m+1 \neq 0$ としてよい.

$f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-1)x + 2m-5$ とおく.

(i) $m+1 > 0$ すなわち $m > -1$ のとき

① が異なる 2 つの負の実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} \frac{D}{4} = -(m+2)(m-3) > 0 & \dots\dots ② \\ -\frac{m-1}{m+1} < 0 & \dots\dots ③ \\ f(0) = 2m-5 > 0 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

② より $-2 < m < 3$

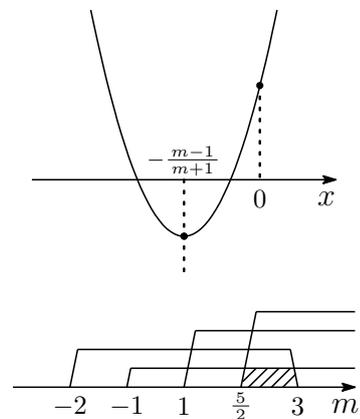
③ において, $m+1 > 0$ であるから

$$-(m-1) < 0 \quad \therefore m > 1$$

④ より $m > \frac{5}{2}$

これらと $m > -1$ の共通部分をとると

$$\frac{5}{2} < m < 3$$



(ii) $m + 1 < 0$ すなわち $m < -1$ のとき

① が異なる 2 つの負の実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} D > 0 & \dots\dots ⑤ \\ -\frac{m-1}{m+1} < 0 & \dots\dots ⑥ \\ f(0) = 2m - 5 < 0 & \dots\dots ⑦ \end{cases}$$

⑤ より $-2 < m < 3$

⑥ において, $m + 1 < 0$ であるから

$$-(m - 1) > 0 \quad \therefore m < 1$$

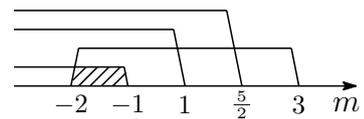
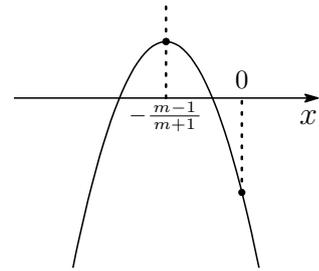
⑦ より $m < \frac{5}{2}$

これらと $m < -1$ の共通部分をとると

$$-2 < m < -1$$

以上 (i),(ii) より, 求める m の値の範囲は

$$-2 < m < -1, \quad \frac{5}{2} < m < 3$$



【問題 4.12】

2 次方程式 $4x^2 + 4px - 2p + 3 = 0$ が 1 より大きく 3 より小さな解と、もう 1 つ異なる正の解をもつような p の範囲を求めよ.

(2007 神戸女学院大・類)

解答

$4x^2 + 4px - 2p + 3 = 0$ ……① の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = 4p^2 - 4(-2p + 3) = 4(p^2 + 2p - 3) = 4(p + 3)(p - 1)$$

また, $f(x) = 4x^2 + 4px - 2p + 3$ とおく.

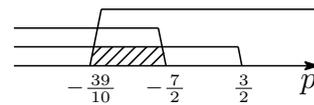
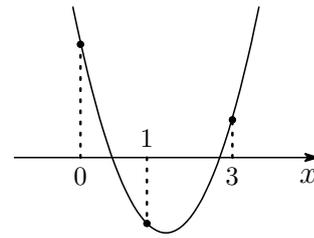
(i) ① が $0 < x < 1$, $1 < x < 3$ の範囲に 1 つずつ実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} f(0) = -2p + 3 > 0 & \text{……②} \\ f(1) = 2p + 7 < 0 & \text{……③} \\ f(3) = 10p + 39 > 0 & \text{……④} \end{cases}$$

② より $p < \frac{3}{2}$

③ より $p < -\frac{7}{2}$

④ より $p > -\frac{39}{10}$



これらの共通部分をとると $-\frac{39}{10} < p < -\frac{7}{2}$

(ii) ① が $x = 1$ を解にもつ条件は

$$f(1) = 2p + 7 = 0 \quad \therefore p = -\frac{7}{2}$$

このとき, ① の解を $1, \alpha$ とすると, 解と係数の関係より

$$1 + \alpha = -p \quad \therefore \alpha = \frac{5}{2} \quad (\text{これは } 1 < \alpha < 3 \text{ をみたす})$$

(iii) ① が $1 < x < 3$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} \frac{D}{4} = 4(p+3)(p-1) > 0 & \cdots\cdots\text{⑤} \\ 1 < -\frac{p}{2} < 3 & \cdots\cdots\text{⑥} \\ f(1) = 2p+7 > 0 & \cdots\cdots\text{⑦} \\ f(3) = 10p+39 > 0 & \cdots\cdots\text{⑧} \end{cases}$$

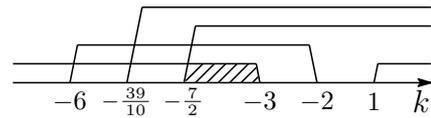
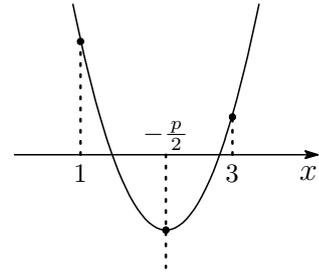
⑤ より $p < -3, 1 < p$

⑥ より $-6 < p < -2$

⑦ より $p > -\frac{7}{2}$

⑧ より $p > -\frac{39}{10}$

これらの共通部分をとると $-\frac{7}{2} < p < -3$



(iv) ① が $x = 3$ を解にもつ条件は

$$f(3) = 10p + 39 = 0 \quad \therefore p = -\frac{39}{10}$$

このとき、① の解を $3, \beta$ とすると、解と係数の関係より

$$3 + \beta = -p \quad \therefore \beta = \frac{9}{10} \quad (\text{これは } 1 < \beta < 3 \text{ をみたさない})$$

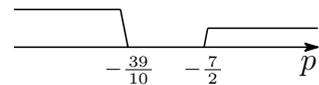
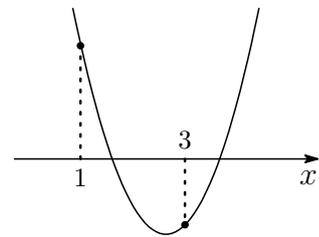
(v) ① が $1 < x < 3, 3 < x$ の範囲に 1 つずつ実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} f(1) = 2p+7 > 0 & \cdots\cdots\text{⑨} \\ f(3) = 10p+39 < 0 & \cdots\cdots\text{⑩} \end{cases}$$

⑨ より $p > -\frac{7}{2}$

⑩ より $p < -\frac{39}{10}$

これらの共通部分はない。



以上 (i) ~ (v) より、求める p の範囲は

$$-\frac{39}{10} < p < -3$$

【類題】

$f(x) = x^2 + 4ax - 8a + 5$ とおくとき, x の 2 次方程式 $f(x) = 0$ は異なる 2 つの実数解 α, β をもつ. ただし, a は実数とし, $\alpha > \beta$ とする.

(1) a の値の範囲を求めよ.

(2) $\alpha > 1$ かつ $\beta < 1$ であるような a の値の範囲を求めよ.

(3) $\beta > 3$ であるような a の値の範囲を求めよ.

(2011 北海学園大)

【類題】

2 次方程式 $x^2 - 2kx + k + 2 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 1 より大きな相異なる 2 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。
- (2) 2 つの実数解 α, β が $1 < \alpha < 2$ かつ $2 < \beta < 3$ を満たすような定数 k の値の範囲を求めよ。
(帝京大・出題形式変更)

【類題】

(1) 2次方程式 $x^2 - 2ax + a = 0$ が $-2 < x < 2$ の範囲に 2 つの異なる実数解をもつとき、定数 a の取り得る値の範囲は である.

(2011 武庫川女子大)

(2) 2次方程式 $-3x^2 + 2mx - 1 = 0$ の 2 つの解をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とするとき、 $0 < \alpha < 1$ かつ $2 < \beta < 3$ となるような m の値の範囲を求めよ.

(2008 広島修道大)

【類題】

(1) 実数 m が $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ の範囲にある α, β に対して, $\alpha + \beta = -m + \frac{3}{2}, \alpha\beta = m$ をみたすとき, m の値の範囲は である.

(2010 日本大)

(2) a を定数とする 2 次方程式 $x^2 - 2ax + 4a - 3 = 0$ が異なる二つの実数解を持つような a の値の範囲は である. 更に, 正の解と負の解を一つずつ持つような a の値の範囲は である.

(2010 東京薬科大)

【類題】

2 次方程式 $ax^2 + (a + 1)x + (2a - 1) = 0$ が正の異なる 2 つの実数解をもつように定数 a の値の範囲を求めよ.

(大阪産業大)

【類題】

$f(x) = x^2 + 4ax - 8a + 5$ とおくとき、 x の 2 次方程式 $f(x) = 0$ は異なる 2 つの実数解 α, β をもつ。ただし、 a は実数とし、 $\alpha > \beta$ とする。

- (1) a の値の範囲を求めよ。
- (2) $\alpha > 1$ かつ $\beta < 1$ であるような a の値の範囲を求めよ。
- (3) $\beta > 3$ であるような a の値の範囲を求めよ。

(2011 北海学園大)

解答

$f(x) = 0$ の判別式を D とすると

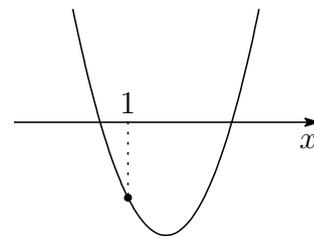
$$\frac{D}{4} = 4a^2 - (-8a + 5) = 4a^2 + 8a - 5 = (2a + 5)(2a - 1)$$

(1) $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ条件は

$$\frac{D}{4} = (2a + 5)(2a - 1) > 0 \quad \therefore a < -\frac{5}{2}, \frac{1}{2} < a$$

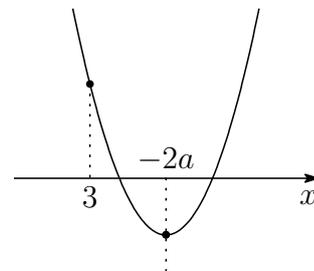
(2) $f(x) = 0$ が 1 より大きい実数解と小さい実数解をもつ条件は

$$f(1) = -4a + 6 < 0 \quad \therefore a > \frac{3}{2}$$



(3) $f(x) = 0$ が 3 より大きい異なる実数解を 2 つもつ条件は

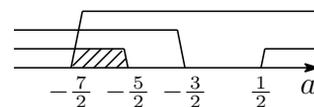
$$\begin{cases} \frac{D}{4} = (2a + 5)(2a - 1) > 0 & \dots \textcircled{1} \\ 3 < -2a & \dots \textcircled{2} \\ f(3) = 4a + 14 > 0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$



① より $a < -\frac{5}{2}, \frac{1}{2} < a$

② より $a < -\frac{3}{2}$

③ より $a > -\frac{7}{2}$



これらの共通部分をとると

$$-\frac{7}{2} < a < -\frac{5}{2}$$

【類題】

2次方程式 $x^2 - 2kx + k + 2 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 1 より大きな相異なる 2 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。
 (2) 2 つの実数解 α, β が $1 < \alpha < 2$ かつ $2 < \beta < 3$ を満たすような定数 k の値の範囲を求めよ。
 (帝京大・出題形式変更)

解答

$$x^2 - 2kx + k + 2 = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$f(x) = x^2 - 2kx + k + 2 \text{ とおくと}$$

$$f(x) = (x - k)^2 - k^2 + k + 2 = (x - k)^2 - (k + 1)(k - 2)$$

(1) ① が 1 より大きい異なる実数解を 2 つもつ条件は

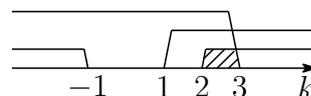
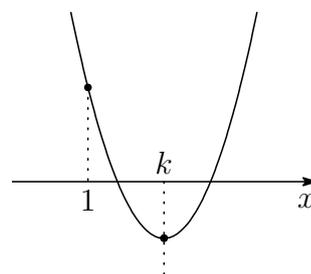
$$\begin{cases} f(k) = -(k + 1)(k - 2) < 0 \dots \textcircled{2} \\ 1 < k \\ f(1) = -k + 3 > 0 \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

② より $k < -1, 2 < k$

③ より $k < 3$

これらの共通部分をとると

$$2 < k < 3$$



(2) ① が $1 < x < 2, 2 < x < 3$ の範囲に 1 つずつ実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} f(1) = -k + 3 > 0 \dots \textcircled{4} \\ f(2) = -3k + 6 < 0 \dots \textcircled{5} \\ f(3) = -5k + 11 > 0 \dots \textcircled{6} \end{cases}$$

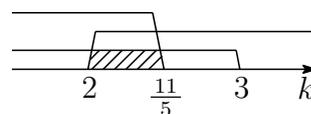
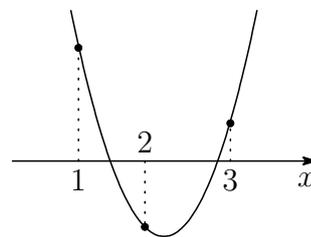
④ より $k < 3$

⑤ より $k > 2$

⑥ より $k < \frac{11}{5}$

これらの共通部分をとると

$$2 < k < \frac{11}{5}$$



【類題】

(1) 2次方程式 $x^2 - 2ax + a = 0$ が $-2 < x < 2$ の範囲に2つの異なる実数解をもつとき、定数 a の取り得る値の範囲は である。

(2011 武庫川女子大)

(2) 2次方程式 $-3x^2 + 2mx - 1 = 0$ の2つの解をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とするとき、 $0 < \alpha < 1$ かつ $2 < \beta < 3$ となるような m の値の範囲を求めよ。

(2008 広島修道大)

解答

(1) $x^2 - 2ax + a = 0 \cdots \textcircled{1}$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = a(a - 1)$$

また、 $\textcircled{1}$ の左辺を $f(x)$ とおくと、 $\textcircled{1}$ が $-2 < x < 2$ の範囲に2つの異なる実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} \frac{D}{4} = a(a - 1) > 0 & \cdots \textcircled{2} \\ -2 < a < 2 \\ f(-2) = 5a + 4 > 0 & \cdots \textcircled{3} \\ f(2) = -3a + 4 > 0 & \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

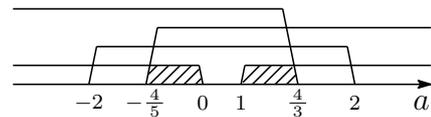
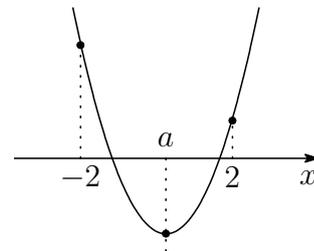
$\textcircled{2}$ より $a < 0, 1 < a$

$\textcircled{3}$ より $a > -\frac{4}{5}$

$\textcircled{4}$ より $a < \frac{4}{3}$

これらの共通部分をとると

$$-\frac{4}{5} < a < 0, 1 < a < \frac{4}{3}$$



(2) $-3x^2 + 2mx - 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$ の左辺を $f(x)$ とおくと、 $\textcircled{1}$ が $0 < x < 1, 2 < x < 3$ の範囲に1つずつ実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} f(0) = -1 < 0 & \cdots \textcircled{2} \\ f(1) = 2m - 4 > 0 & \cdots \textcircled{3} \\ f(2) = 4m - 13 > 0 & \cdots \textcircled{4} \\ f(3) = 6m - 28 < 0 & \cdots \textcircled{5} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ は常に成り立つ。

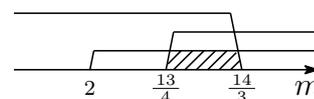
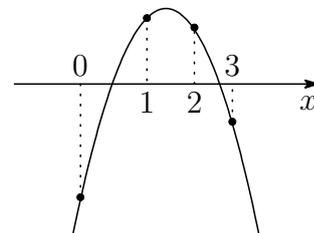
$\textcircled{3}$ より $m > 2$

$\textcircled{4}$ より $m > \frac{13}{4}$

$\textcircled{5}$ より $m < \frac{14}{3}$

これらの共通部分をとると

$$\frac{13}{4} < m < \frac{14}{3}$$



【類題】

(1) 実数 m が $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ の範囲にある α, β に対して, $\alpha + \beta = -m + \frac{3}{2}, \alpha\beta = m$ をみたすとき, m の値の範囲は である.

(2010 日本大)

(2) a を定数とする 2 次方程式 $x^2 - 2ax + 4a - 3 = 0$ が異なる二つの実数解を持つような a の値の範囲は である. 更に, 正の解と負の解を一つずつ持つような a の値の範囲は である.

(2010 東京薬科大)

解答

(1) $\alpha + \beta = -m + \frac{3}{2}, \alpha\beta = m$ だから, α, β は x の 2 次方程式

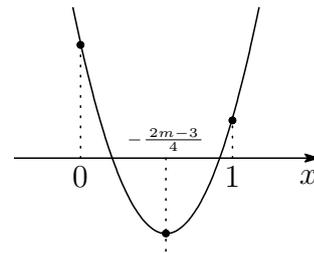
$$x^2 - \left(-m + \frac{3}{2}\right)x + m = 0 \quad \text{すなわち} \quad 2x^2 + (2m - 3)x + 2m = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

の解である. $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ だから, ① が $0 \leq x \leq 1$ の範囲に 2 つの実数解をもつ m の範囲を求めればよい. ここで, ① の判別式を D とすると

$$D = (2m - 3)^2 - 16m = 4m^2 - 28m + 9$$

また, ① の左辺を $f(x)$ とおくと, ① が $0 \leq x \leq 1$ の範囲に 2 つの実数解をもつ条件は

$$\begin{cases} D = 4m^2 - 28m + 9 \geq 0 & \dots \textcircled{2} \\ 0 \leq -\frac{2m-3}{4} \leq 1 & \dots \textcircled{3} \\ f(0) = 2m \geq 0 & \dots \textcircled{4} \\ f(1) = 4m - 1 \geq 0 & \dots \textcircled{5} \end{cases}$$



② より $m \leq \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2}, \frac{7 + 2\sqrt{10}}{2} \leq m$

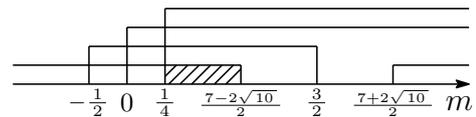
③ より $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$

④ より $m \geq 0$

⑤ より $m \geq \frac{1}{4}$

これらの共通部分をとると

$$\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2}$$



(2) $x^2 - 2ax + 4a - 3 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$ とする.

① が異なる 2 つの実数解をもつ条件は, 判別式を考えて

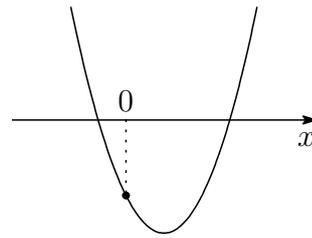
$$a^2 - (4a - 3) > 0$$

$$a^2 - 4a + 3 > 0$$

$$(a - 1)(a - 3) > 0 \quad \therefore a < 1, 3 < a$$

また、①の左辺を $f(x)$ とおくと、①が正の解と負の解を1つずつもつ条件は

$$f(0) = 4a - 3 < 0 \quad \therefore a < \frac{3}{4}$$



【類題】

2 次方程式 $ax^2 + (a+1)x + (2a-1) = 0$ が正の異なる 2 つの実数解をもつように定数 a の値の範囲を求めよ.

(大阪産業大)

解答

$a \neq 0$ だから, $ax^2 + (a+1)x + (2a-1) = 0$ は $x^2 + \left(1 + \frac{1}{a}\right)x + \left(2 - \frac{1}{a}\right) = 0$ と同じで,
 $\frac{1}{a} = k$ とおくと $x^2 + (1+k)x + 2-k = 0 \dots \textcircled{1}$ となる. $\textcircled{1}$ の判別式を D とすると

$$D = (1+k)^2 - 4(2-k) = k^2 + 6k - 7 = (k+7)(k-1)$$

また, $f(x) = x^2 + (1+k)x + 2-k$ とおく.

$\textcircled{1}$ が異なる正の実数解を 2 つもつ条件は

$$\begin{cases} D = (k+7)(k-1) > 0 & \dots \textcircled{2} \\ 0 < -\frac{1+k}{2} & \dots \textcircled{3} \\ f(0) = 2-k > 0 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ より $k < -7, 1 < k$

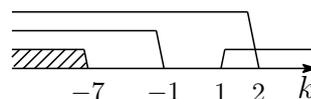
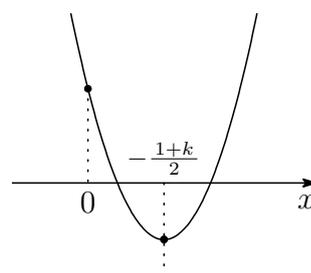
$\textcircled{3}$ より $k < -1$

$\textcircled{4}$ より $k < 2$

これらの共通部分をとると $k < -7$

a に戻すと

$$\frac{1}{a} < -7 \quad \therefore \quad -\frac{1}{7} < a < 0$$



別解

$ax^2 + (a+1)x + (2a-1) = 0 \dots \textcircled{5}$ の判別式を D' とすると

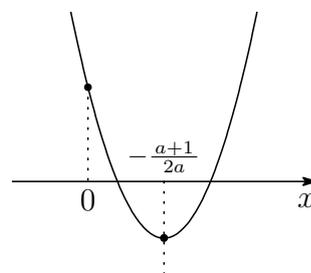
$$D' = (a+1)^2 - 4a(2a-1) = -7a^2 + 6a + 1 = -(7a+1)(a-1)$$

また, $g(x) = ax^2 + (a+1)x + (2a-1)$ とおく.

(i) $a > 0$ のとき, $\textcircled{5}$ が異なる正の実数解を 2 つもつ条件は

$$\begin{cases} D' = -(7a+1)(a-1) > 0 \\ 0 < -\frac{a+1}{2a} & \dots \textcircled{6} \\ g(0) = 2a-1 > 0 \end{cases}$$

ところが, $a > 0$ だから $\textcircled{6}$ は成り立たない.



(ii) $a < 0$ のとき, ⑤ が異なる正の実数解を 2 つもつ条件は

$$\begin{cases} D' = -(7a+1)(a-1) > 0 & \dots \textcircled{7} \\ 0 < -\frac{a+1}{2a} & \dots \textcircled{8} \\ g(0) = 2a-1 < 0 & \dots \textcircled{9} \end{cases}$$

⑦ より $-\frac{1}{7} < a < 1$

⑧ において $a < 0$ だから $a > -1$

⑨ より $a < \frac{1}{2}$

これらの共通部分をとると $-\frac{1}{7} < a < 0$

以上 (i),(ii) より, 求める a の値の範囲は

$$-\frac{1}{7} < a < 0$$

