

3. 関数と方程式・不等式

§4. 2 次関数とその周辺

1. 2 次関数の表し方

2 次関数の表し方には

- (1) 一般形 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
- (2) 基本形 $y = a(x - p)^2 + q$ ($a \neq 0$)
- (3) 積の形 $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ ($a \neq 0$)

があり、状況に応じて最適の形を用いる。一般形から基本形にする変形を平方完成といい、どんな 2 次式でも平方完成はできなければならない。

※ $a \neq 0$ とする。

- (2) $y = ax^2$ のグラフは放物線で、軸の方程式は $x = 0$ 、頂点の座標は $(0, 0)$ であった。 $y = ax^2$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q 平行移動したものが $y = a(x - p)^2 + q$ のグラフなので、 $y = a(x - p)^2 + q$ のグラフも放物線で、軸の方程式は $x = p$ 、頂点の座標は (p, q) となる。
- (3) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフの x 切片は、方程式 $a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ の解の $x = \alpha, \beta$ である。

2. 不等式の扱い

不等式を扱うときも積極的にグラフを利用する。例えば、 $-2(x + 1)(x - 3) > 0$ の解を「正だから外側」としないように。グラフは上に凸だから、正になるのは内側の $-1 < x < 3$ となる。このようにグラフを利用（イメージ）すると、3 次不等式なども簡単に解くことができる。

3. 絶対値

実数 x に対して

$$|x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$$

を x の絶対値という。絶対値には次の性質がある。

- (1) $|x| \geq 0$
 $|x| = 0 \iff x = 0$
- (2) $|xy| = |x||y|$, $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$
- (3) $|-x| = |x|$, $|x|^2 = x^2$
- (4) $|a - b|$ は数直線上において a と b の距離を表す。
- (5) $|x + y| \leq |x| + |y|$ (三角不等式)

※通常絶対値は中の正負で場合分けをして絶対値をはずすが、次の場合は簡単にはずせる。

- (1) $|A| = |B| \iff A = B$ または $A = -B$
- (2) $|A| < B \iff -B < A < B$ ($-B < A$ かつ $A < B$ のこと)
- (3) $|A| > B \iff A < -B$ または $B < A$

4. 2 次関数の最大値, 最小値

2 次関数の最大値, 最小値は, 区間と軸の位置関係により考える.

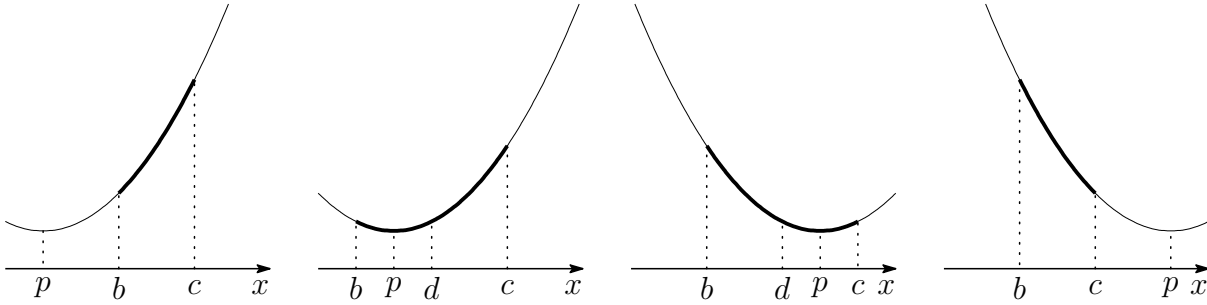
例えば, 2 次関数 $y = a(x - p)^2 + q$ ($a > 0$) の $b \leq x \leq c$ における最大値, 最小値は, 次のように場合分けする. ただし, $d = \frac{b+c}{2}$ とする.

(1) $p \leq b$

(2) $b < p \leq d$

(3) $d < p < c$

(4) $c \leq p$



5. 2 次方程式

実数係数 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0 \cdots (*)$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

で与えられる. また $D = b^2 - 4ac$ を $(*)$ の判別式といい, このとき

$$\begin{cases} D > 0 & \Longleftrightarrow (*) \text{ は異なる 2 つの実数解をもつ} \\ D = 0 & \Longleftrightarrow (*) \text{ は実数の重解をもつ} \\ D < 0 & \Longleftrightarrow (*) \text{ は異なる 2 つの虚数解をもつ} \end{cases}$$

が成り立つ.

※ $b = 2b'$ のとき, 解と判別式はそれぞれ

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{(b')^2 - ac}}{a}, \quad D = 4\{(b')^2 - ac\}$$

となる.

※重解も同じものが 2 つとして扱う. つまり, 2 次方程式は 2 つの解をもつ. また, 虚数に大小関係はない.

6. 2 次方程式の解と係数の関係

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の 2 つの解が α, β であるための必要十分条件は

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

が成り立つことである. このことから

$$\alpha + \beta = p, \quad \alpha\beta = q$$

を満たす α, β を 2 つの解とする 2 次方程式 (の 1 つ) は $x^2 - px + q = 0$ であることがわかる.

証明

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の 2 つの解が α, β であるための必要十分条件は

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

すなわち

$$ax^2 + bx + c = ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta$$

が x の恒等式となることであるから、係数比較して

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} \quad \blacksquare$$

7. 2 次の対称式, 基本対称式

$\alpha^2 + \beta^2$, $\alpha^3 + \beta^3$, $(\alpha - \beta)^2$ など, α と β を入れかえても値が変わらない式を (2 次の) 対称式という. また, 対称式の中でも特に $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ を (2 次の) 基本対称式という. 対称式は基本対称式で表せることが知られていて, 次の 3 つはよく使う.

$$(1) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$(2) \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) \\ = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$(3) (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

8. 3 次方程式の解と係数の関係

3 次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の 3 つの解が α, β, γ であるための必要十分条件は

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

が成り立つことである. このことから

$$\alpha + \beta + \gamma = p, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \quad \alpha\beta\gamma = r$$

を満たす α, β, γ を 3 つの解とする 3 次方程式 (の 1 つ) は $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ であることがわかる.

証明

3 次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の 3 つの解が α, β, γ であるための必要十分条件は

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

すなわち

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = ax^3 - a(\alpha + \beta + \gamma)x^2 + a(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - a\alpha\beta\gamma$$

が x の恒等式となることであるから、係数比較して

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} \quad \blacksquare$$

9. 3 次の対称式, 基本対称式

$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ など, α, β, γ のどの 2 つを入れかえても値が変わらない式を (3 次の) 対称式という. また, 対称式の中でも特に $\alpha + \beta + \gamma$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$, $\alpha\beta\gamma$ を (3 次の) 基本対称式という. 対称式は基本対称式で表せることが知られていて

$$(1) \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$$

はよく使う. また

$$(2) \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma = (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha)$$

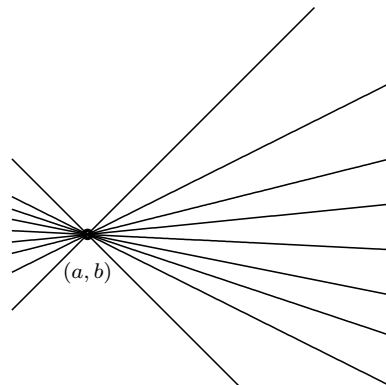
は記憶に値する.

10. 定数分離と定点通過

a, b, k を実数とする.

(1) x の方程式 $f(x) = k$ の実数解は, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ (真横の直線) の共有点の x 座標に等しい. このことを利用して方程式を扱う方法を, この授業では定数分離法という.

(2) 直線 $y = k(x - a) + b$ は点 (a, b) を通り傾き k の直線を表すから, a, b を固定し k を変化させると, 図のように定点 (a, b) を通る直線群が得られる. このことを利用して方程式などを扱う方法を, この授業では定点通過法という.



11. 2 次方程式の解の配置

2 次方程式の解の配置は, グラフを利用して考える. そのとき

(1) 頂点の y 座標の符号 (判別式でもよい)

(2) 軸の位置

(3) 解の限界における y 座標の符号

に注意するとよい. ただし, 1 つだけ例外があつて, 2 つの解の間に定数がある場合は, (3) のみでよい.

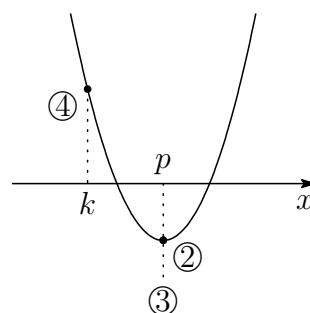
【例題】

$a > 0$ として, 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0 \cdots \textcircled{1}$ を考える. $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおき, 軸を $x = p$, 判別式を D とする. 代表的な解の配置は次である.

(1) $\textcircled{1}$ が k より大きい解を 2 つもつ条件は

$$\begin{cases} f(p) \leq 0 \ (D \geq 0) & \cdots \cdots \textcircled{2} \\ k < p & \cdots \cdots \textcircled{3} \\ f(k) > 0 & \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

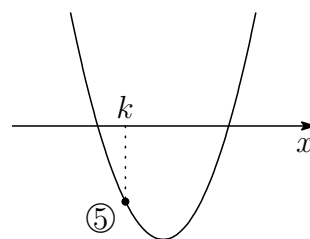
※「異なる 2 つ」でないときは, $\textcircled{2}$ は重解の場合も含める.



(2) $\textcircled{1}$ が k より大きい解と小さい解をもつ条件は

$$f(k) < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

※ $f(k) < 0$ であれば, $f(p) < 0 \ (D > 0)$ は成り立つから実数解をもつ条件は必要ない. また, 軸は k より右側になる場合や左側になる場合のどちらもありえるから, 軸の条件は定まらない. だから, 端点の条件 $\textcircled{5}$ のみでよいということになる.



【問題 4.1】

(1) 不等式 $2x^2 + x - 6 > 0$ ……① を解け.

(2) 不等式 $x^2 - (a+1)x + a < 0$ ……② を定数 a の値により場合に分けて解け.

(3) ① と ② の不等式を同時に満たす整数値がただ 1 つであるように, 実数 a の範囲を定めよ.
(2005 北里大)

【問題 4.2】

2 次方程式 $x^2 + 5x + 3 = 0$ の 2 つの解を α, β とする.

(1) $\alpha^2 + 4\alpha + \beta, \beta^2 + 4\beta + \alpha$ を 2 つの解とする 2 次方程式で, x^2 の係数が 1 となるものは

$$x^2 + \boxed{}x + \boxed{} = 0$$

である.

(2) はじめの 2 次方程式 $x^2 + 5x + 3 = 0$ の 2 つの解が $\alpha^2 + p\alpha + q, \beta^2 + p\beta + q$ と表されるならば,

$$p = \boxed{}, q = \boxed{} \quad \text{または} \quad p = \boxed{}, q = \boxed{}$$

である.

(2005 上智大)

【問題 4.3】

2 次方程式 $x^2 - 3x + 1 = 0$ の 2 つの解を α, β とし $t_n = \alpha^n + \beta^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき, 以下の問いに答えよ.

(1) t_1, t_2 の値を求めよ.

(2) すべての自然数 n に対して $t_{n+2} = At_{n+1} + Bt_n$ が成り立つような定数 A, B の値を求めよ.

(3) t_7 の値を求めよ.

(2008 福井大)

【問題 4.4】

3 次方程式 $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ の 3 つの解を複素数の範囲で考え, それらを α, β, γ とする. このとき, $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$ の値を求めよ. また, $\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5$ の値を求めよ.

(2003 慶應義塾大)

【問題 4.5】

実数 x, y は $4x^2 + 4y^2 + 7xy + x + y - 1 = 0$ を満たしているとする. このとき $u = x + y$ および $v = xy$ のとり得る値の範囲を求めよう.

(1) u のとり得る値の範囲は $\boxed{}$ である.

(2) v を u で表すと, $v = \boxed{}$ であるから, v のとり得る値の範囲は $\boxed{}$ である.

(2006 東京理科大)

【問題 4.6】

実数 x, y が $x^3 + y^3 = 3xy$ を満たすとき, $x + y$ のとり得る値の範囲を求めよ.

(2011 岡山県立大)

【問題 4.7】

a を実数の定数とする. 2 つの関数 $f(x) = x^2 - ax + 3$ と $g(x) = x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a$ について, 次の各問に答えよ.

- (1) すべての実数 x について, $f(x) \geq 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ.
- (2) $1 \leq x \leq 3$ を満たすすべての実数 x について, $f(x) > 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ.
- (3) $g(x) \leq 0$ を満たすすべての実数 x について, $f(x) > 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ.

(2011 高知工科大)

【問題 4.8】

a を実数とする. 関数 $f(x) = x^2 - a|x - 2| + \frac{a^2}{4}$ の最小値を a を用いて表せ.

(2010 千葉大)

【問題 4.9】

x についての 2 次方程式 $x^2 + 2px + 12 - p = 0$ について次の問いに答えよ.

- (1) 異なる 2 つの実数解をもつとき, 定数 p の値の範囲を求めよ.
- (2) 異なる 2 つの実数解がともに 1 より大きいとき, 定数 p の値の範囲を求めよ.
- (3) 異なる 2 つの実数解の絶対値がともに 5 より小さいとき, 定数 p の値の範囲を求めよ.

(2008 京都学園大)

【問題 4.10】

x の 2 次方程式 $x^2 - 2(k - 1)x + k + 5 = 0$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) この 2 次方程式が $-4 < x < -3$, $-1 < x < 0$ の範囲に 1 つずつ実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ.
- (2) この 2 次方程式が $1 \leq x \leq 5$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ.

【問題 4.11】

m を実数の定数とする. x の方程式 $(m + 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$ がただ 1 つの実数解をもつような m の値は であり, 異なる 2 つの負の実数解をもつような m の値の範囲は である.

(2009 関西学院大)

【問題 4.12】

2 次方程式 $4x^2 + 4px - 2p + 3 = 0$ が 1 より大きく 3 より小さな解と、もう 1 つ異なる正の解をもつような p の範囲を求めよ.

(2007 神戸女学院大・類)

【問題 4.13】

曲線 $y = |x^2 - 4|$ と直線 $y = a(x - 3) + 1$ の共有点の個数を求めよ.

メモ

§5. 図形と方程式

1. 内分公式

2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点を P とすると

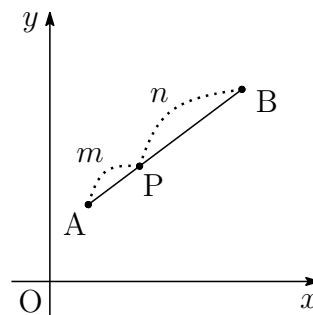
$$P\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$$

※ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ が同一直線上にないとき、線分 AB の中点は

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

また、三角形 ABC の重心は

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$



2. 外分公式

2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に外分する点を P とすると

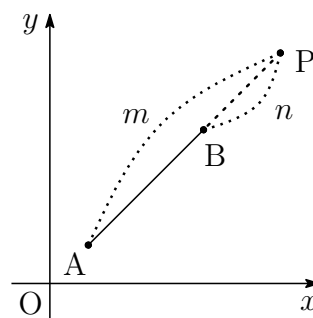
(i) $m > n$ のとき

$$P\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n}\right)$$

(ii) $m < n$ のとき

$$P\left(\frac{nx_1 - mx_2}{-m+n}, \frac{ny_1 - my_2}{-m+n}\right)$$

※「 m と n のうち小さい方をマイナスにして内分公式」と覚えておけばよい.



3. 直線の方程式

傾きが a , y 切片が b の直線の方程式は $y = ax + b$ であり, x 切片が a で y 軸に平行な直線の方程式は $x = a$ である. これらはともに

$$ax + by + c = 0 \quad (\text{ただし, } a \text{ と } b \text{ は同時に } 0 \text{ にならない定数})$$

という形にすることもでき, これを直線の一般形という.

また, 2 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の方程式は

$$\cdot x_1 \neq x_2 \text{ のとき} \quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$\cdot x_1 = x_2 \text{ のとき} \quad x = x_1$$

4. 直線の垂直条件

(1) 2 直線 $y = a_1x + b_1$ と $y = a_2x + b_2$ が垂直となる条件は

$$a_1a_2 = -1$$

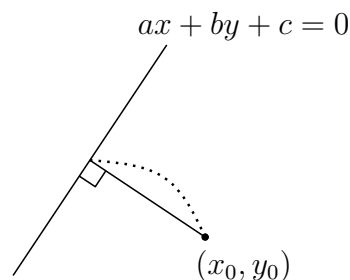
(2) 2 直線 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ と $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ が垂直となる条件は

$$a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

5. 点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離は

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

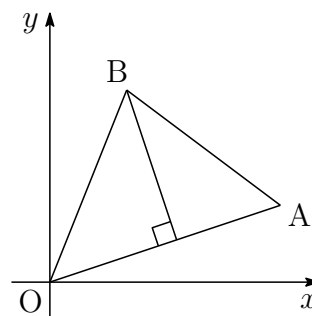


6. 三角形の面積

3 点 $O(0, 0)$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ が同一直線上にないとき、三角形 OAB の面積は

$$\frac{1}{2} |x_1y_2 - x_2y_1|$$

※原点を頂点としない三角形の場合は、1 点が原点に重なるように三角形を平行移動してから上の公式を用いればよい。

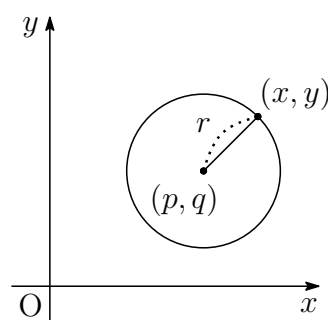


7. 円の方程式

中心 (p, q) , 半径 $r (> 0)$ の円の方程式は

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

※一般形 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ も平方完成すれば中心や半径が求められる。



8. 円の接線の方程式

$r > 0$ とする。

円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 (x_0, y_0) における接線の方程式は

$$x_0x + y_0y = r^2$$

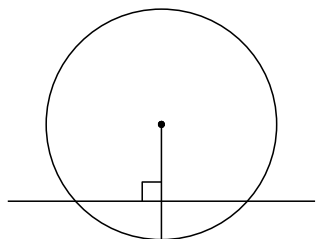
一般に、円 $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ 上の点 (x_0, y_0) における接線の方程式は

$$(x_0 - p)(x - p) + (y_0 - q)(y - q) = r^2$$

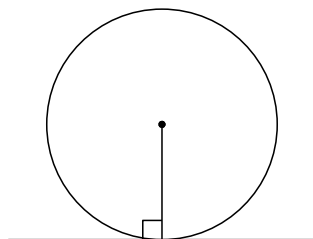
9. 円と直線の位置関係

円 $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ ($r > 0$) と直線 $ax + by + c = 0$ の位置関係は、中心 (p, q) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d と半径 r の大小により判断できる.

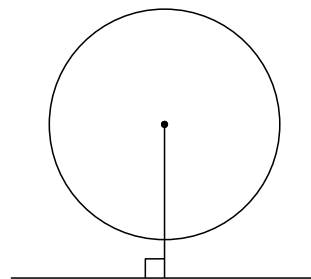
・ $d < r$ のとき



・ $d = r$ のとき



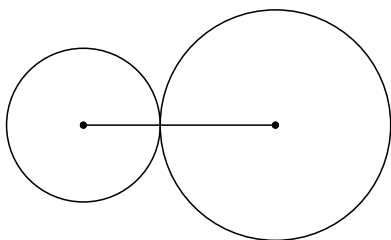
・ $d > r$ のとき



10. 2 つの円の位置関係

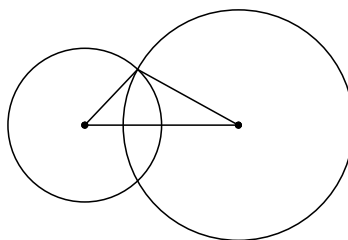
半径 r_1, r_2 ($0 < r_1 < r_2$) の円の中心間の距離を d とすると、これらの円の位置関係で特徴的なものは次のようになる.

・ $d = r_2 + r_1$ のとき



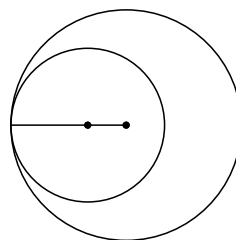
(外接)

・ $r_2 - r_1 < d < r_2 + r_1$ のとき



(2 点で交わる)

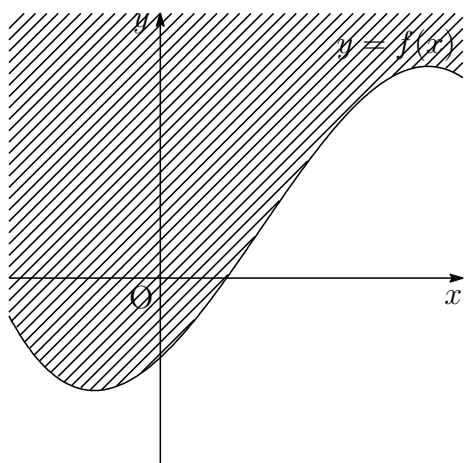
・ $d = r_2 - r_1$ のとき



(内接)

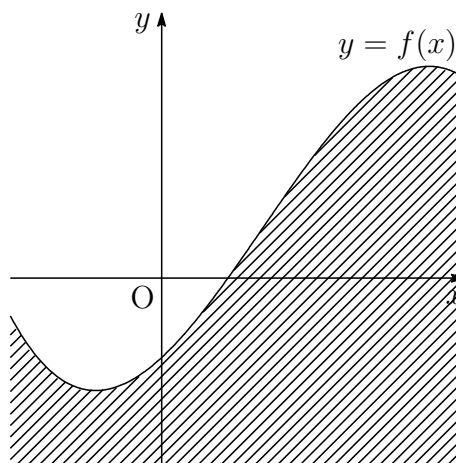
11. 不等式の表す領域

(1) $y > f(x)$ の表す領域



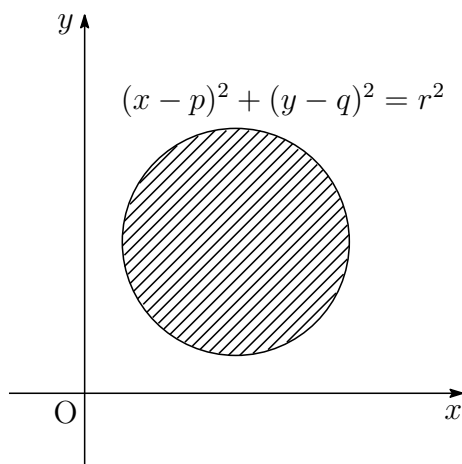
(境界を含まない)

(2) $y < f(x)$ の表す領域



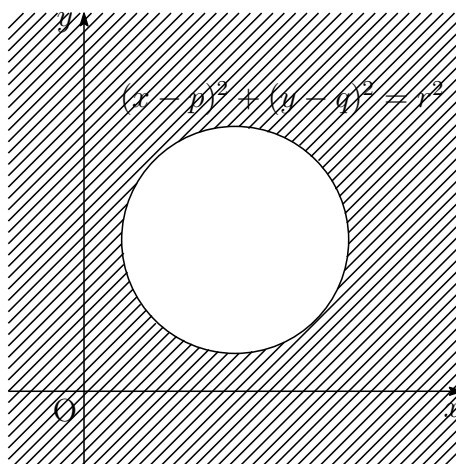
(境界を含まない)

(3) $(x-p)^2 + (y-q)^2 < r^2$ の表す領域



(境界を含まない)

(4) $(x-p)^2 + (y-q)^2 > r^2$ の表す領域



(境界を含まない)

12. 領域と最大値, 最小値

領域 D 内を点 (x, y) が動くときの $f(x, y)$ の最大値, 最小値は, $f(x, y) = k$ とおき, 曲線 $f(x, y) = k$ が領域 D と共有点をもつときの k の最大値, 最小値を求めればよい. ただし, $f(x, y) = (x-a)^2 + (y-b)^2 + c$ の形のときは, 曲線 $f(x, y) = k$ を円と見ないで, 点 (a, b) と領域 D の最長距離, 最短距離を考えてもよい.

13. 軌跡

通常は, 軌跡を求めたい点 (x, y) をパラメータで表し, そのパラメータを消去して x, y の関係式を求める. ただし, x, y を完全にパラメータで表すとパラメータの消去がしにくくなる場合もあるから, このようなときはパラメータを消去しやすい式を用いて消去すればよい. そして, パラメータのとり得る値の範囲から軌跡の限界も忘れずに求める.

※パラメータは 1 つのときだけでなく, 2 つのときもある.

14. 通過領域

曲線の通過領域は

(1) パラメータの存在条件に帰着させる方法

(2) 1 文字固定法

(3) 包絡線の利用

などで求める. これらの解法については問題を扱うときに説明する.

【問題 5.1】

$$x, y \text{ が } \begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ 2x + 3y - 5 \geq 0 \\ 4x + y - 10 \leq 0 \end{cases} \text{ をみたしながら変わる時, 点 } (x, y) \text{ の存在範囲を領域 } D \text{ とする.}$$

(1) D を斜線を付して図示せよ.

(2) 点 (x, y) が領域 D 内をいろいろと変わる時, $x^2 - y$ の最大値と最小値を求めよ.

(3) 点 (x, y) が領域 D 内をいろいろと変わる時, $x^2 + y^2$ の最大値と最小値を求めよ.

(2001 東京薬科大・設問追加)

【問題 5.2】

(1) 次の連立不等式の表す領域 D を図示せよ.

$$\begin{cases} 4y \geq x^2 + y^2 \geq 2x + 4y - 4 \\ 3y + \sqrt{3}x \geq 6 \end{cases}$$

(2) 点 (x, y) が (1) の領域 D を動くとき, $x + y$ の最大値と最小値を求めよ.

(2004 埼玉大)

【問題 5.3】

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(x + y) + 7 \leq 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x + y \geq 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

の表す領域 D を図示せよ.

(2) 点 (x, y) が D を動くとき, $\frac{y+1}{x-5}$ の最大値, 最小値を求めよ.

(2004 立教大)

【問題 5.4】

xy 平面上の原点と点 $(1, 2)$ を結ぶ線分 (両端を含む) を L とする. 曲線 $y = x^2 + ax + b$ が L と共有点をもつような実数の組 (a, b) の集合を ab 平面上に図示せよ.

(2005 京都大)

【問題 5.5】

座標平面上の点 (x, y) が $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ の範囲を動くとき, 点 $(x + y, xy)$ の動く範囲を図示せよ.

(2007 上智大・設問省略)

【問題 5.6】

座標平面上に直線 $l: y = mx - 4m$ と放物線 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ がある. m は, l と C が異なる 2 点 P, Q で交わるような値をとるとする. また, 線分 PQ の中点を M とする.

(1) l は m の値にかかわらず, ある定点を通る. この点の座標を求めよ.

(2) m のとりうる値の範囲を求めよ.

(3) M の軌跡を求め, 座標平面上にそれを図示せよ.

(2010 南山大)

【問題 5.7】

円 $C: (x-2)^2 + y^2 = 2$ と直線 $l: y = mx$ があり、 C と l は異なる 2 点で交わっている。

(1) m の値のとりうる範囲を求めよ。

(2) m が (1) で求めた範囲の値をとるとき、2 つの交点によってつくられる弦の中点の軌跡を表す式を求めよ。

(2010 静岡文化芸術大)

【問題 5.8】

実数 t が $t \geq -1$ の範囲で変化するとき、2 直線 $l_1: tx - y - 7 = 0$, $l_2: x + ty - t + 6 = 0$ の交点 P の軌跡を図示せよ。

【問題 5.9】

実数 t が $-1 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき、直線 $l_t: y = (2t-1)x - 2t^2 + 2t$ が通過してできる領域 D を図示せよ。

【問題 5.10】

実数 t に対して、中心が (t, t) で点 $(2, 0)$ を通る円を C_t とする。

(1) C_t の方程式を求めよ。

(2) 実数 t が $t \geq 1$ の範囲を動くとき、 C_t が通過してできる領域 D を図示せよ。