

科目名	微積分学演習	対 象	1OB-A	学 部	理学部第一部	学 科		学 籍		評 点
				研究科		専攻科		番 号		
平成 26 年 5 月 7 日 (水)			2 回目	担 当	石川 学	学 年		氏 名		
			(~ 時限目)							
試 験 時 間	40 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 (裏面使用可)							

1 次の真理表を完成させよ.

P	Q	R	$((P \Rightarrow (\neg Q \wedge R)) \vee Q) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$					
T	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
			③	② ①	① ②	④	⑥	⑤

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を D とする.

$$(\exists x \in \mathbb{R})[-a \leq x \leq 2a \wedge x^2 - 2ax - a + b = 0] \wedge (\forall x \in \mathbb{R})[x^2 + 2(3a + 1)x + 3b + 4 \geq 0]$$

- (1) D を ab 平面に図示せよ.
- (2) D の面積 S を求めよ.

科目名	微積分学演習	対象	10B-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 26 年 5 月 7 日 (水) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	40 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 (裏面使用可)							

1 次の真理表を完成させよ。

P	Q	R	$((P \Rightarrow (\neg Q \wedge R)) \vee Q) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$					
T	T	T	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
T	T	F	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
T	F	T	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
T	F	F	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
F	T	T	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
F	T	F	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
F	F	T	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
F	F	F	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
			③	②	①	④	⑥	⑤

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を D とする。

$$(\exists x \in \mathbb{R})[-a \leq x \leq 2a \wedge x^2 - 2ax - a + b = 0] \wedge (\forall x \in \mathbb{R})[x^2 + 2(3a+1)x + 3b + 4 \geq 0]$$

(1) D を ab 平面に図示せよ。

(2) D の面積 S を求めよ。

(1) $(\exists x \in \mathbb{R})[-a \leq x \leq 2a \wedge x^2 - 2ax - a + b = 0] \dots (*)$ について

(i) $a < 0$ のとき, $-a \leq x \leq 2a$ をみたす $x \in \mathbb{R}$ は存在しないから, $(*)$ は F

(ii) $0 \leq a$ のとき, $(*)$ が T になる条件は, x の 2 次方程式 $x^2 - 2ax - a + b = 0 \dots (\#)$

が $-a \leq x \leq 2a$ の範囲に少なくとも 1 つ実数解をもつことである。

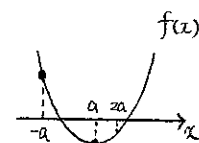
$(\#)$ の左辺を $f(x)$ とおくと

$$f(x) = x^2 - 2ax - a + b = (x-a)^2 - a^2 - a + b$$

だから, $(\#)$ が $-a \leq x \leq 2a$ の範囲に少なくとも 1 つ実数解をもつ条件は

$$f(-a) = 3a^2 - a + b \geq 0 \wedge f(a) = -a^2 - a + b \leq 0$$

$$\therefore -3a^2 + a \leq b \leq a^2 + a$$



また, $(\forall x \in \mathbb{R})[x^2 + 2(3a+1)x + 3b + 4 \geq 0] \dots (**)$ が T になる条件は

$$(\Delta) : (3a+1)^2 - (3b+4) \leq 0 \quad \therefore b \geq 3a^2 + 2a - 1$$

$(*)$ と $(**)$ の両方を T にする (a, b) 全体が D だから,

D は 図の斜線部 (境界を含む) となる。

$$(2) S = \int_0^{\frac{1}{3}} \{(a^2 + a) - (-3a^2 + a)\} da + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \{(a^2 + a) - (3a^2 + 2a - 1)\} da$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} 4a^2 da + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} (-2a^2 - a + 1) da$$

$$= \left[\frac{4}{3}a^3 \right]_0^{\frac{1}{3}} + \left[-\frac{2}{3}a^3 - \frac{1}{2}a^2 + a \right]_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{3} \left(\frac{1}{27} - 0 \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{27} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{19}{216}$$

