

科目名	微積分学演習	対 象	1OB-B	学 部 研究科	理学部第一部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
平成 26 年 5 月 1 日 (木)			2 回目 (~ 時限目)	担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	40 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照・持込可 (裏面使用可)							

1 次の真理表を完成させよ.

P	Q	R	$((P \Rightarrow (\neg Q)) \wedge (R \vee Q)) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$					
T	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
			②	①	④	③	⑥	⑤

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を D とする.

$(\exists x \in \mathbb{R})[0 \leq x \leq 3a \wedge x^2 - 2ax + a + b = 0]$

- (1) D を ab 平面に図示せよ. $a - 1 \leq b \leq 0$
- (2) D のうち, $b \geq a - 1$ をみたす部分の面積 S を求めよ.

科目名	微積分学演習	対象	1OB-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
試験 時間	40 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 (裏面使用可)							
平成 26 年 5 月 1 日 (木)		2 回目 (~ 時限目)	担当	石川 学	学年		氏名			

1 次の真理表を完成させよ。

P	Q	R	$((P \Rightarrow (\neg Q)) \wedge (R \vee Q)) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$					
T	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐
			②	①	④	③	⑥	⑤

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を D とする。

$$(\exists x \in \mathbb{R})[0 \leq x \leq 3a \wedge x^2 - 2ax + a + b = 0]$$

(1) D を ab 平面に図示せよ。

(2) D のうち、 $b \geq a - 1$ をみたす部分の面積 S を求めよ。

$a - 1 \leq b \leq 0$
に訂正して下し。

$$(1) (\exists x \in \mathbb{R})[0 \leq x \leq 3a \wedge x^2 - 2ax + a + b = 0] \dots (*)$$

(i) $a < 0$ のとき、 $0 \leq x \leq 3a$ をみたす $x \in \mathbb{R}$ は存在しないから、 $(*)$ は F

(ii) $0 \leq a$ のとき、 $(*)$ が T になる条件は、 x の 2 次方程式 $x^2 - 2ax + a + b = 0 \dots (\#)$

が $0 \leq x \leq 3a$ の範囲に少なくとも 1 つ実数解をもつことである。

($\#$) の左辺を $f(x)$ とおくと

$$f(x) = x^2 - 2ax + a + b = (x - a)^2 - a^2 + a + b$$

よって、($\#$) が $0 \leq x \leq 3a$ の範囲に少なくとも 1 つ実数解をもつ条件は

$$f(a) = -a^2 + a + b \leq 0 \quad \wedge \quad f(3a) = 3a^2 + a + b \geq 0$$

$$\therefore -3a^2 - a \leq b \leq a^2 - a$$

以上 (i), (ii) より、 D は図の斜線部 (境界を含む) となる。

$$(2) S = \int_0^{\frac{1}{3}} \{(a^2 - a) - (-3a^2 - a)\} da + \int_{\frac{1}{3}}^1 \{(a^2 - a) - (a - 1)\} da$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} 4a^2 da + \int_{\frac{1}{3}}^1 (a - 1)^2 da$$

$$= \left[\frac{4}{3} a^3 \right]_0^{\frac{1}{3}} + \left[\frac{1}{3} (a - 1)^3 \right]_{\frac{1}{3}}^1$$

$$= \frac{4}{3} \left(\frac{1}{27} - 0 \right) + \frac{1}{3} \left\{ 0 - \left(-\frac{8}{27} \right) \right\}$$

$$= \frac{4}{27}$$

$$* S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} - \frac{3}{6} \left(\frac{1}{3} - 0 \right)^3 - \frac{1}{6} (1 - 0)^3 = \frac{4}{27} \quad \text{や、他の求め方でもよい。}$$

