

科目名	微積分学演習	対 象	1OB-A	学 部 研究科	理学部第一部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
平成 27 年 5 月 20 日 (水) 2 回目 (~ 時 限 目)				担 当	石 川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	50 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ②. 下記のみ参照・持込可 (裏面使用可)							

1 次の真理表を完成させよ.

P	Q	R	$((P \vee Q) \Rightarrow R)$	$\Rightarrow$	$((P \Rightarrow (Q \wedge (\neg R))) \wedge (\neg Q))$				
T	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
T	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	T	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	T	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	F	F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
			①	②	⑧	⑤	④	③	⑦
									⑥

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を ab 平面に図示せよ.

$(\exists x \in \mathbb{R})[x \geq a^2 \wedge x^2 - 2ax + b = 0]$

3 次の集合 A に対して, $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ. この問題は裏面に解答せよ.

$A = \left\{ \frac{3n+1}{n+1} + (-1)^{n-1} \cdot \frac{4n-6}{2n-5} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

科目名	微積分学演習	対象	10B-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 5 月 20 日 (水) 2 回目 (~ 時限目)			担当	石川 学		学年		氏名		
試験 時間	50 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照持込可 (裏面使用可)							

1 次の真理表を完成させよ.

P	Q	R	$((P \vee Q) \Rightarrow R)$	$\Rightarrow$	$((P \Rightarrow (Q \wedge (\neg R))) \wedge (\neg Q))$					
T	T	T	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
T	T	F	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
T	F	T	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$
T	F	F	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$
F	T	T	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
F	T	F	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
F	F	T	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
F	F	F	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
			①	②	⑧	⑤	④	③	⑦	⑥

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を ab 平面に図示せよ.

$$(\exists x \in \mathbb{R})[x \geq a^2 \wedge x^2 - 2ax + b = 0]$$

$x^2 - 2ax + b = 0 \dots (*)$ が $x \geq a^2$ の範囲に (少なくとも1つ) 実数解をもつ a, b の条件を求め, それを ab 平面に図示すればよい.

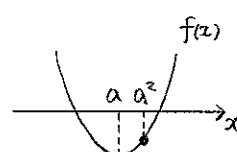
(*) の左辺を $f(x)$ とおくと

$$f(x) = x^2 - 2ax + b = (x - a)^2 - a^2 + b$$

(i) $a \leq a^2$ すなわち $a \leq 0, 1 \leq a$ のとき
求める条件は

$$f(a^2) = a^4 - 2a^3 + b \leq 0$$

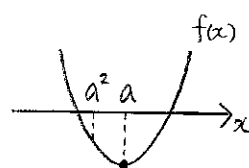
$$\therefore b \leq -a^4 + 2a^3$$



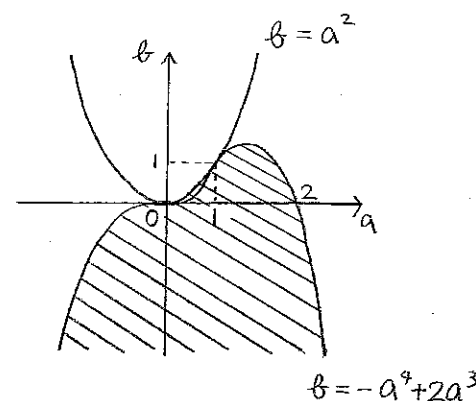
(ii) $a^2 < a$ すなわち $0 < a < 1$ のとき
求める条件は

$$f(a) = -a^2 + b \leq 0$$

$$\therefore b \leq a^2$$



以上 (i), (ii) より, 求める組 (a, b) の全体は
図の斜線部になる. ただし, 境界を含む.



3 次の集合 A に対して, $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ. この問題は裏面に解答せよ.

$$A = \left\{ \frac{3n+1}{n+1} + (-1)^{n-1} \cdot \frac{4n-6}{2n-5} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

3

以下, $n, m \in \mathbb{N}$ とする.

$$a_m = \frac{3m+1}{m+1} + (-1)^{m-1} \cdot \frac{4m-6}{2m-5} \quad \text{と表す.}$$

$$(i) a_{2m-1} = \frac{6m-2}{2m} + \frac{8m-10}{4m-7} = \frac{3m-1}{m} + \frac{2(4m-7)+4}{4m-7}$$

$$= 3 - \underbrace{\frac{1}{m}}_{\text{増加}} + 2 + \underbrace{\frac{4}{4m-7}}_{\substack{m \geq 2 \text{ で減少} \\ m=1 \text{ は別扱い}}} = 5 + \underbrace{\frac{7}{m(4m-7)}}_{\substack{m \geq 2 \text{ で減少} \\ m=1 \text{ は別扱い}}}$$

だから

$$a_1 = \frac{8}{3}, \quad m \geq 2 \text{ で} \quad 5 < a_{2m-1} \leq \frac{17}{2} \quad (\text{等号: } m=2) \quad \rightarrow m=3$$

$$(ii) a_{2m} = \frac{6m+1}{2m+1} - \frac{8m-6}{4m-5} = \frac{3(2m+1)-2}{2m+1} - \frac{2(4m-5)+4}{4m-5}$$

$$= 3 - \underbrace{\frac{2}{2m+1}}_{\text{増加}} - 2 - \underbrace{\frac{4}{4m-5}}_{\substack{m \geq 2 \text{ で増加} \\ m=1 \text{ は別扱い}}}$$

だから

$$a_2 = \frac{13}{3}, \quad m \geq 2 \text{ で} \quad -\frac{11}{15} \leq a_{2m} < 1 \quad (\text{等号: } m=2) \quad \rightarrow m=4$$

以上 (i), (ii) より

$$-\frac{11}{15} \leq a_m \leq \frac{17}{2} \quad (\text{左等号: } m=3, \text{ 右等号: } m=4)$$

$$\bullet \frac{17}{2} \text{ は } A \text{ の max} \quad \text{だから} \quad \sup A = \frac{17}{2}$$

$$\bullet -\frac{11}{15} \text{ は } A \text{ の min} \quad \text{だから} \quad \inf A = -\frac{11}{15}$$