

科目名	微積分学演習	対 象	1OB-B	学 部	理学部第一部	学 科		学 籍		評 点
				研究科		専攻科		番 号		
平成 27 年 5 月 14 日 (木)			2 回目	担 当	石 川 学	学 年		氏 名		
(~ 時限目)										
試 験 時 間	50 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照・持込可 (裏面使用可)							

1 次の真理表を完成させよ.

P	Q	R	$((P \vee Q) \Rightarrow (\neg R)) \implies ((P \Rightarrow Q) \wedge (R \wedge (\neg P)))$
T	T	T	☐
T	T	F	☐
T	F	T	☐
T	F	F	☐
F	T	T	☐
F	T	F	☐
F	F	T	☐
F	F	F	☐
			① ③ ② ⑧ ④ ⑦ ⑥ ⑤

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を ab 平面に図示せよ.

$(\exists x \in \mathbb{R})[x \geq 2a + 1 \wedge 3x^2 - 6ax + a^2 - 2a + b = 0]$

3 次の集合 A に対して, $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ. この問題は裏面に解答せよ.

$A = \left\{ \frac{2n+1}{n+1} + (-1)^n \cdot \frac{4n-8}{2n-3} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

科目名	微積分学演習	対象	10B-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 5 月 14 日 (木) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	50 分	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照持込可 (裏面使用可)								

1 次の真理表を完成させよ.

P	Q	R	$((P \vee Q) \Rightarrow (\neg R)) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \wedge (R \wedge (\neg P)))$							
T	T	T	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
T	T	F	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
T	F	T	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
T	F	F	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$
F	T	T	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
F	T	F	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$
F	F	T	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$
F	F	F	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$	$\boxed{F}$	$\boxed{F}$	$\boxed{T}$
			①	③	②	⑧	④	⑦	⑥	⑤

2 次の命題を真にするような実数 a, b の組 (a, b) の全体を ab 平面に図示せよ.

$$(\exists x \in \mathbb{R})[x \geq 2a+1 \wedge 3x^2 - 6ax + a^2 - 2a + b = 0]$$

$3x^2 - 6ax + a^2 - 2a + b = 0 \dots (*)$ が $x \geq 2a+1$ の範囲に(少なくとも1つ)実数解をもつ

a, b の条件を求め, それを ab 平面に図示すればよい.

(*) の左辺を $f(x)$ とおく

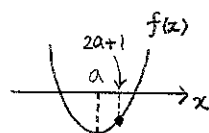
$$f(x) = 3x^2 - 6ax + a^2 - 2a + b = 3(x-a)^2 - 2a^2 - 2a + b$$

(i) $a \leq 2a+1$ すなわち $a \geq -1$ のとき

求める条件は

$$f(2a+1) = a^2 + 4a + 3 + b \leq 0$$

$$\therefore b \leq -a^2 - 4a - 3$$

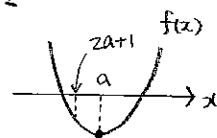


(ii) $2a+1 < a$ すなわち $a < -1$ のとき

求める条件は

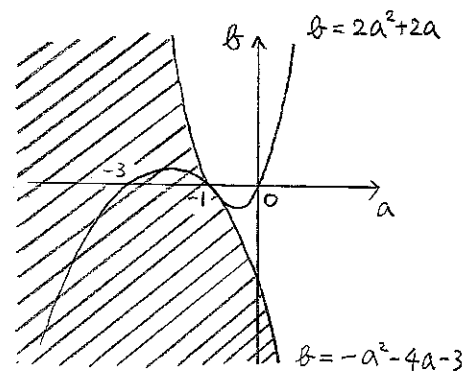
$$f(a) = -2a^2 - 2a + b \leq 0$$

$$\therefore b \leq 2a^2 + 2a$$



以上 (i), (ii) より, 求める組 (a, b) の全体は

図の斜線部になる. ただし, 境界を含む.



3 次の集合 A に対して, $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ. この問題は裏面に解答せよ.

$$A = \left\{ \frac{2n+1}{n+1} + (-1)^n \cdot \frac{4n-8}{2n-3} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

3

以下, $n, m \in \mathbb{N}$ とする.

$$a_m = \frac{2m+1}{m+1} + (-1)^m \cdot \frac{4m-8}{2m-3} \quad \text{と置く.}$$

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad a_{2m-1} &= \frac{4m-1}{2m} - \frac{8m-12}{4m-5} = \frac{4m-1}{2m} - \frac{2(4m-5)-2}{4m-5} = 2 - \underbrace{\frac{1}{2m}}_{\text{増加}} - 2 + \underbrace{\frac{2}{4m-5}}_{\substack{m \geq 2 \text{ で減少} \\ m=1 \text{ は別扱い}}} \\ &= \frac{5}{2m(4m-5)} \\ &\quad \underbrace{m \geq 2 \text{ で減少}}_{m=1 \text{ は別扱い}} \end{aligned}$$

だから

$$a_1 = -\frac{5}{2}, \quad m \geq 2 \text{ で } 0 < a_{2m-1} \leq \frac{5}{12} \quad (\text{等号: } \underbrace{m=2}_{\rightarrow m=3})$$

$$\text{(ii)} \quad a_{2m} = \frac{4m+1}{2m+1} + \frac{8m-8}{4m-3} = \frac{2(2m+1)-1}{2m+1} + \frac{2(4m-3)-2}{4m-3} = 2 - \underbrace{\frac{1}{2m+1}}_{\text{増加}} + 2 - \underbrace{\frac{2}{4m-3}}_{\text{増加}}$$

だから

$$\frac{5}{3} \leq a_{2m} < 4 \quad (\text{等号: } \underbrace{m=1}_{\rightarrow m=2})$$

以上 (i), (ii) より

$$-\frac{5}{2} \leq a_m < 4 \quad (\text{等号: } m=1)$$

$$\bullet \quad 4 \text{ は } A \text{ の上界で, } a_{2m} \in A, \quad \lim_{m \rightarrow \infty} a_{2m} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{1}{2m+1} - \frac{2}{4m-3} \right) = 4$$

$$\text{だから } \sup A = 4$$

$$\bullet \quad -\frac{5}{2} \text{ は } A \text{ の min だから } \inf A = -\frac{5}{2}$$