

科目名	微積分学B 演習 微積分学演習	対象	10B-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 9 月 16 日 (水) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	30 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします.
★空欄補充以外の解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません.

1 次の問いに答えよ.

(1) $\frac{-x^2+31x-109}{(x+4)(x^2-10x+27)} = \frac{A}{x+4} + \frac{Bx+C}{x^2-10x+27}$

が常に成り立つとき

$A = \text{ } , B = \text{ } , C = \text{ }$

である. 上の空欄を埋めて, 次の積分を求めよ.

$\int \frac{-x^2+31x-109}{(x+4)(x^2-10x+27)} dx$

(2) $\frac{-x^3-5x^2+8x-42}{(x+1)(x-2)(x^2-4x+13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2-4x+13}$

が常に成り立つとき

$A = \text{ } , B = \text{ } , C = \text{ } ,$

$D = \text{ }$

である. 上の空欄を埋めて, 次の積分を求めよ.

$\int \frac{-x^3-5x^2+8x-42}{(x+1)(x-2)(x^2-4x+13)} dx$

科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	10B-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成27年9月16日(水)	2回目 (~ 時限目)	担当	石川 学	学年		氏名				
試験 時間	30 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ② 千記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
 ★空欄補充以外の解答はすべて記述式とし、答えのみは正解と
 しません。

1 次の問いに答えよ。

$$(1) \frac{-x^2 + 31x - 109}{(x+4)(x^2 - 10x + 27)} = \frac{A}{x+4} + \frac{Bx+C}{x^2 - 10x + 27}$$

が常に成り立つとき

$$A = \boxed{-3}, B = \boxed{2}, C = \boxed{-7}$$

である。上の空欄を埋めて、次の積分を求めよ。

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{-x^2 + 31x - 109}{(x+4)(x^2 - 10x + 27)} dx \\
 &= \int \left(-\frac{3}{x+4} + \frac{2x-7}{x^2 - 10x + 27} \right) dx \\
 &= \int \left\{ -\frac{3}{x+4} + \frac{(2x-10)+3}{x^2 - 10x + 27} \right\} dx \\
 &= \int \left\{ -\frac{3}{x+4} + \frac{2x-10}{x^2 - 10x + 27} + \frac{3}{(\sqrt{2})^2 + (x-5)^2} \right\} dx \\
 &= -3 \log|x+4| + \log(x^2 - 10x + 27) + \frac{3}{\sqrt{2}} \arctan \frac{x-5}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

※ 分解式の分母をほらうと

$$-x^2 + 31x - 109 = A(x^2 - 10x + 27) + (Bx+C)(x+4)$$

(代入法)

$$\begin{aligned}
 \cdot x = -4 \quad & \dots \quad -249 = 83A \quad \therefore A = -3 \\
 \cdot x = 0 \quad & \dots \quad -109 = 27A + 4C \\
 & \quad \quad \quad -109 = -81 + 4C \quad \therefore C = -7 \\
 \cdot x = 1 \quad & \dots \quad -79 = 18A + 5(B+C) \\
 & \quad \quad \quad -79 = -54 + 5(B-7) \quad \therefore B = 2
 \end{aligned}$$

(比較法)

$$-x^2 + 31x - 109 = (A+B)x^2 + (-10A+4B+C)x + (27A+4C)$$

$$\begin{cases}
 A+B = -1 \\
 -10A+4B+C = 31 \\
 27A+4C = -109
 \end{cases} \quad \therefore A = -3, B = 2, C = -7$$

(代入法と比較法の併用)

$$x = -4 \text{ を代入して } A = -3 \text{ を求めたから}$$

$$\text{最高次} \dots -1 = A+B \quad \therefore B = 2$$

$$\text{定数項} \dots -109 = 27A+4C \quad \therefore C = -7$$

$$(2) \frac{-x^3 - 5x^2 + 8x - 42}{(x+1)(x-2)(x^2 - 4x + 13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2 - 4x + 13}$$

が常に成り立つとき

$$A = \boxed{1}, B = \boxed{-2}, C = \boxed{0}$$

$$D = \boxed{-5}$$

である。上の空欄を埋めて、次の積分を求めよ。

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{-x^3 - 5x^2 + 8x - 42}{(x+1)(x-2)(x^2 - 4x + 13)} dx \\
 &= \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-2} - \frac{5}{x^2 - 4x + 13} \right) dx \\
 &= \int \left\{ \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-2} - \frac{5}{x^2 - 4x + 13} \right\} dx \\
 &= \log|x+1| - 2 \log|x-2| - \frac{5}{3} \arctan \frac{x-2}{3}
 \end{aligned}$$

※ 分解式の分母をほらうと

$$\begin{aligned}
 -x^3 - 5x^2 + 8x - 42 &= A(x-2)(x^2 - 4x + 13) \\
 &\quad + B(x+1)(x^2 - 4x + 13) \\
 &\quad + (Cx+D)(x+1)(x-2)
 \end{aligned}$$

(代入法)

$$\begin{aligned}
 \cdot x = -1 \quad & \dots \quad -54 = -54A \quad \therefore A = 1 \\
 \cdot x = 2 \quad & \dots \quad -54 = 27B \quad \therefore B = -2 \\
 \cdot x = 0 \quad & \dots \quad -42 = -26A + 13B - 2D \\
 & \quad \quad \quad -42 = -26 - 26 - 2D \quad \therefore D = -5 \\
 \cdot x = 1 \quad & \dots \quad -40 = -10A + 2B - 2(C+D) \\
 & \quad \quad \quad -40 = -10 - 40 - 2(C-5) \quad \therefore C = 0
 \end{aligned}$$

(代入法と比較法の併用)

$$x = -1, 2 \text{ を代入して } A = 1, B = -2 \text{ を求めたから}$$

$$\text{最高次} \dots -1 = A+B+C \quad \therefore C = 0$$

$$\text{定数項} \dots -42 = -26A + 13B - 2D \quad \therefore D = -5$$

(比較法)

$$\begin{aligned}
 -x^3 - 5x^2 + 8x - 42 &= (A+B+C)x^3 + (-6A-3B-C+D)x^2 \\
 &\quad + (21A+9B-2C-D)x + (-26A+13B-2D)
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 A+B+C = -1 \\
 -6A-3B-C+D = -5 \\
 21A+9B-2C-D = 8 \\
 -26A+13B-2D = -42
 \end{cases} \quad \therefore A = 1, B = -2, C = 0, D = -5$$

点

点