

科目名	微積分学 B 演習 微積分学演習	対 象	10B-A	学 部 研究科	理学部第一部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
平成 27 年 12 月 9 日 (水) 2 回目 (~ 時限目)				担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	40 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

1 次の累次積分の順序を変更せよ（積分領域も図示すること）。
ただし、 f は連続とする。

(1) $\int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^x f(x,y)dy \right\} dx$

(2) $\int_0^1 \left\{ \int_0^{2x-x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

点

(3) $\int_0^2 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x,y)dy \right\} dx$

(4) $\int_0^3 \left\{ \int_{\frac{x}{3}}^x f(x,y)dy \right\} dx$

点

点

(5) $\int_0^1 \left\{ \int_{4x^2}^{2x+2} f(x,y)dy \right\} dx$

(7) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy \right\} dx$

(6) $\int_1^2 \left\{ \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

(8) $\int_0^1 \left\{ \int_{x-2}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

点

点

点

科目名	微積分学 B 演習 微積分学演習	対 象	10B-A	学 部 研究科	理学部第一部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
平成 27 年 12 月 9 日 (水)	2 回目 (~ 時限目)	担 当	石川 学	学 年		氏 名				
試 験 時 間	40 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。

★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① 次の累次積分の順序を変更せよ（積分領域も図示すること）。
ただし、 f は連続とする。

(1) $\int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^x f(x,y)dy \right\} dx$

積分領域は

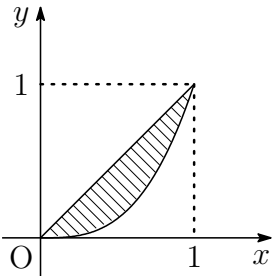
$D: 0 \leq x \leq 1, x^3 \leq y \leq x$

であるが、これは

$D: 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq \sqrt[3]{y}$

でもあるから

$\int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^x f(x,y)dy \right\} dx = \int_0^1 \left\{ \int_y^{\sqrt[3]{y}} f(x,y)dx \right\} dy$



点

(2) $\int_0^1 \left\{ \int_0^{2x-x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

積分領域は

$D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x - x^2$

であるが、これは

$D: 0 \leq y \leq 1, 1 - \sqrt{1-y} \leq x \leq 1$

でもあるから

$\int_0^1 \left\{ \int_0^{2x-x^2} f(x,y)dy \right\} dx = \int_0^1 \left\{ \int_{1-\sqrt{1-y}}^1 f(x,y)dx \right\} dy$

※ $y = 2x - x^2$ より $(x-1)^2 = 1-y$
 $x \leq 1$ のとき $x-1 \leq 0$ であるから $x-1 = -\sqrt{1-y}$
よって $x = 1 - \sqrt{1-y}$

点

(3) $\int_0^2 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x,y)dy \right\} dx$

積分領域は

$D: 0 \leq x \leq 2, \frac{x}{2} \leq y \leq 3-x$

であるが、これは

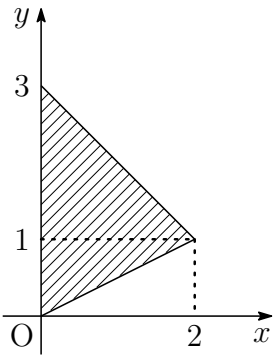
$D_1: 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 2y$

と

$D_2: 1 \leq y \leq 3, 0 \leq x \leq 3-y$

をあわせたものでもあるから

$\int_0^2 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x,y)dy \right\} dx$
 $= \int_0^1 \left\{ \int_0^{2y} f(x,y)dx \right\} dy + \int_1^3 \left\{ \int_0^{3-y} f(x,y)dx \right\} dy$



点

(4) $\int_0^3 \left\{ \int_{\frac{x}{3}}^x f(x,y)dy \right\} dx$

積分領域は

$D: 0 \leq x \leq 3, \frac{x}{3} \leq y \leq x$

であるが、これは

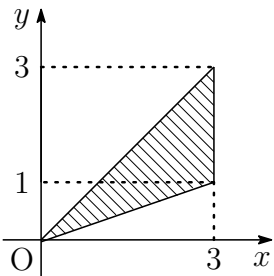
$D_1: 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 3y$

と

$D_2: 1 \leq y \leq 3, y \leq x \leq 3$

をあわせたものでもあるから

$\int_0^3 \left\{ \int_{\frac{x}{3}}^x f(x,y)dy \right\} dx$
 $= \int_0^1 \left\{ \int_y^{3y} f(x,y)dx \right\} dy + \int_1^3 \left\{ \int_y^3 f(x,y)dx \right\} dy$



点

$$(5) \int_0^1 \left\{ \int_{4x^2}^{2x+2} f(x, y) dy \right\} dx$$

積分領域は

$$D: 0 \leq x \leq 1, 4x^2 \leq y \leq 2x+2$$

であるが, これは

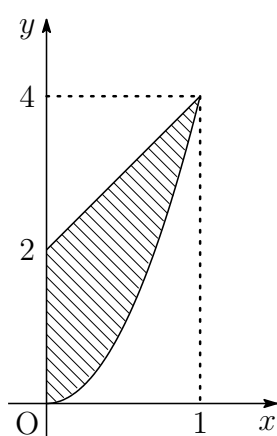
$$D_1: 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \frac{\sqrt{y}}{2}$$

と

$$D_2: 2 \leq y \leq 4, \frac{y-2}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{y}}{2}$$

をあわせたものでもあるから

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left\{ \int_{4x^2}^{2x+2} f(x, y) dy \right\} dx \\ &= \int_0^2 \left\{ \int_0^{\frac{\sqrt{y}}{2}} f(x, y) dx \right\} dy + \int_2^4 \left\{ \int_{\frac{y-2}{2}}^{\frac{\sqrt{y}}{2}} f(x, y) dx \right\} dy \end{aligned}$$



点

$$(6) \int_1^2 \left\{ \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right\} dx$$

積分領域は

$$D: 1 \leq x \leq 2, \frac{1}{x} \leq y \leq x^2$$

であるが, これは

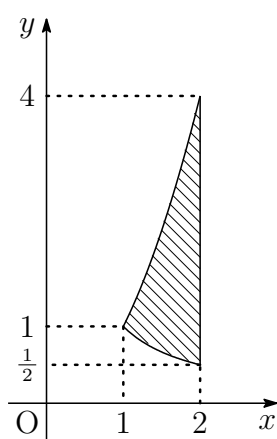
$$D_1: \frac{1}{2} \leq y \leq 1, \frac{1}{y} \leq x \leq 2$$

と

$$D_2: 1 \leq y \leq 4, \sqrt{y} \leq x \leq 2$$

をあわせたものでもあるから

$$\begin{aligned} & \int_1^2 \left\{ \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(x, y) dy \right\} dx \\ &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \left\{ \int_{\frac{1}{y}}^2 f(x, y) dx \right\} dy + \int_1^4 \left\{ \int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx \right\} dy \end{aligned}$$



点

$$(7) \int_{-1}^2 \left\{ \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy \right\} dx$$

積分領域は

$$D: -1 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq x+2$$

であるが, これは

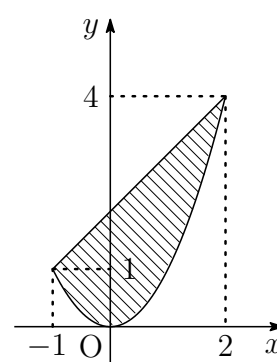
$$D_1: 0 \leq y \leq 1, -\sqrt{y} \leq x \leq \sqrt{y}$$

と

$$D_2: 1 \leq y \leq 4, y-2 \leq x \leq \sqrt{y}$$

をあわせたものでもあるから

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^2 \left\{ \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy \right\} dx \\ &= \int_0^1 \left\{ \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx \right\} dy + \int_1^4 \left\{ \int_{y-2}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx \right\} dy \end{aligned}$$



点

$$(8) \int_0^1 \left\{ \int_{x-2}^{x^2} f(x, y) dy \right\} dx$$

積分領域は

$$D: 0 \leq x \leq 1, x-2 \leq y \leq x^2$$

であるが, これは

$$D_1: -2 \leq y \leq -1, 0 \leq x \leq y+2$$

と

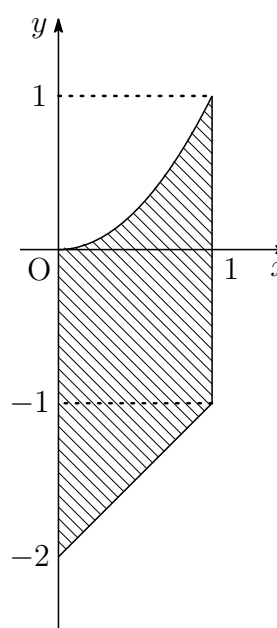
$$D_2: -1 \leq y \leq 0, 0 \leq x \leq 1$$

と

$$D_3: 0 \leq y \leq 1, \sqrt{y} \leq x \leq 1$$

をあわせたものでもあるから

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left\{ \int_{x-2}^{x^2} f(x, y) dy \right\} dx \\ &= \int_{-2}^{-1} \left\{ \int_0^{y+2} f(x, y) dx \right\} dy + \int_{-1}^0 \left\{ \int_0^1 f(x, y) dx \right\} dy \\ & \quad + \int_0^1 \left\{ \int_{\sqrt{y}}^1 f(x, y) dx \right\} dy \end{aligned}$$



点