

科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	10B-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成27年9月24日(木) 2回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	30 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 予記のみ参照・持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
★空欄補充以外の解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

1 次の問いに答えよ。

(1) $\frac{x^2 - 39x + 152}{(x + 5)(x^2 - 12x + 39)} = \frac{A}{x + 5} + \frac{Bx + C}{x^2 - 12x + 39}$

が常に成り立つとき

$A = \square, B = \square, C = \square$

である。上の空欄を埋めて、次の積分を求めよ。

$\int \frac{x^2 - 39x + 152}{(x + 5)(x^2 - 12x + 39)} dx$

(2) $\frac{-x^3 + 20x^2 - 52x + 47}{(x + 1)(x - 2)(x^2 - 6x + 13)} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 2} + \frac{Cx + D}{x^2 - 6x + 13}$

が常に成り立つとき

$A = \square, B = \square, C = \square,$

$D = \square$

である。上の空欄を埋めて、次の積分を求めよ。

$\int \frac{-x^3 + 20x^2 - 52x + 47}{(x + 1)(x - 2)(x^2 - 6x + 13)} dx$

科目名	微積分学B 演習 微積分学演習	対象	10B-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 9 月 24 日 (木)	2 回目 (~ 時限目)	担当	石川 学	学年		氏名				
試験 時間	30 分	注意事項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記の表参照・持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
 ★空欄補充以外の解答はすべて記述式とし、答えのみは正解と
 しません。

① 次の問いに答えよ。

$$(1) \frac{x^2 - 39x + 152}{(x+5)(x^2 - 12x + 39)} = \frac{A}{x+5} + \frac{Bx+C}{x^2 - 12x + 39}$$

が常に成り立つとき

$$A = \boxed{3}, B = \boxed{-2}, C = \boxed{7}$$

である。上の空欄を埋めて、次の積分を求めよ。

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{x^2 - 39x + 152}{(x+5)(x^2 - 12x + 39)} dx \\
 &= \int \left(\frac{3}{x+5} + \frac{-2x+7}{x^2 - 12x + 39} \right) dx \\
 &= \int \left\{ \frac{3}{x+5} + \frac{-(2x-12)-5}{x^2 - 12x + 39} \right\} dx \\
 &= \int \left\{ \frac{3}{x+5} - \frac{2x-12}{x^2 - 12x + 39} - \frac{5}{(\sqrt{3})^2 + (x-6)^2} \right\} dx \\
 &= 3 \log|x+5| - \log(x^2 - 12x + 39) - \frac{5}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x-6}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

※分解式の分母をばらうと

$$x^2 - 39x + 152 = A(x^2 - 12x + 39) + (Bx+C)(x+5)$$

(代入法)

$$\cdot x = -5 \cdots 372 = 124A \quad \therefore A = 3$$

$$\cdot x = 0 \cdots 152 = 39A + 5C$$

$$152 = 117 + 5C \quad \therefore C = 7$$

$$\cdot x = 1 \cdots 114 = 28A + 6(B+C)$$

$$114 = 84 + 6(B+7) \quad \therefore B = -2$$

(比較法)

$$x^2 - 39x + 152 = (A+B)x^2 + (-12A+5B+C)x + (39A+5C)$$

$$\begin{cases}
 A+B=1 \\
 -12A+5B+C=-39 \\
 39A+5C=152
 \end{cases} \quad \therefore A=3, B=-2, C=7$$

(代入法と比較法の併用)

$$x = -5 \text{ を代入して } A = 3 \text{ を求めたから}$$

$$\text{最高次} \cdots 1 = A+B \quad \therefore B = -2$$

$$\text{定数項} \cdots 152 = 39A + 5C \quad \therefore C = 7$$

$$(2) \frac{-x^3 + 20x^2 - 52x + 47}{(x+1)(x-2)(x^2 - 6x + 13)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2 - 6x + 13}$$

が常に成り立つとき

$$A = \boxed{-2}, B = \boxed{1}, C = \boxed{0}$$

$$D = \boxed{9}$$

である。上の空欄を埋めて、次の積分を求めよ。

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{-x^3 + 20x^2 - 52x + 47}{(x+1)(x-2)(x^2 - 6x + 13)} dx \\
 &= \int \left(-\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2} + \frac{9}{x^2 - 6x + 13} \right) dx \\
 &= \int \left\{ -\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2} + \frac{9}{2^2 + (x-3)^2} \right\} dx \\
 &= -2 \log|x+1| + \log|x-2| + \frac{9}{2} \arctan \frac{x-3}{2}
 \end{aligned}$$

※分解式の分母をばらうと

$$\begin{aligned}
 -x^3 + 20x^2 - 52x + 47 &= A(x-2)(x^2 - 6x + 13) \\
 &\quad + B(x+1)(x^2 - 6x + 13) \\
 &\quad + (Cx+D)(x+1)(x-2)
 \end{aligned}$$

(代入法)

$$\cdot x = -1 \cdots 120 = -60A \quad \therefore A = -2$$

$$\cdot x = 2 \cdots 15 = 15B \quad \therefore B = 1$$

$$\cdot x = 0 \cdots 47 = -26A + 13B - 2D$$

$$47 = 52 + 13 - 2D \quad \therefore D = 9$$

$$\cdot x = 1 \cdots 14 = -8A + 16B - 2(C+D)$$

$$14 = 16 + 16 - 2(C+9) \quad \therefore C = 0$$

(代入法と比較法の併用)

$$x = -1, 2 \text{ を代入して } A = -2, B = 1 \text{ を求めたから}$$

$$\text{最高次} \cdots -1 = A+B+C \quad \therefore C = 0$$

$$\text{定数項} \cdots 47 = -26A + 13B - 2D \quad \therefore D = 9$$

(比較法)

$$\begin{aligned}
 -x^3 + 20x^2 - 52x + 47 &= (A+B+C)x^3 + (-8A-5B-C+D)x^2 \\
 &\quad + (25A+7B-2C-D)x + (-26A+13B-2D)
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 A+B+C=-1 \\
 -8A-5B-C+D=20 \\
 25A+7B-2C-D=-52 \\
 -26A+13B-2D=47
 \end{cases} \quad \therefore A=-2, B=1, C=0, D=9$$

点

点