

科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	1OB-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 10 月 1 日 (木) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学 年		氏 名		
試験 時間	30 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① $t = \tan \frac{x}{2}$ と置換して次を求めよ。その際
 $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \frac{dx}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$
は証明なしに用いてよい。
(1) $\int \frac{3}{2-7\cos x} dx$

(2) $\int \frac{8+2\sin x}{\sin x(3+2\sin x+\cos x)} dx$

科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	10B-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
試験 時間	30 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照・持込可 ()							
平成 27 年 10 月 1 日 (木)		2 回目 (~ 時限目)		担当	石川 学	学年		氏名		

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。

★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① $t = \tan \frac{x}{2}$ と置換して次を求めよ。その際

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$$

は証明なしに用いてよい。

$$\begin{aligned}
 (1) \int \frac{3}{2-7\cos x} dx &= \int \frac{3}{2-7 \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2}} \cdot \frac{2}{1+t^2} dt \\
 &= \int \frac{6}{9t^2-5} dt \\
 &= \int \frac{6}{(3t-\sqrt{5})(3t+\sqrt{5})} dt \\
 &= \int \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{3}{3t-\sqrt{5}} - \frac{3}{3t+\sqrt{5}} \right) dt \\
 &= \frac{1}{\sqrt{5}} (\log|3t-\sqrt{5}| - \log|3t+\sqrt{5}|) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{5}} \log \left| \frac{3t-\sqrt{5}}{3t+\sqrt{5}} \right| \\
 &= \frac{1}{\sqrt{5}} \log \left| \frac{3 \tan \frac{x}{2} - \sqrt{5}}{3 \tan \frac{x}{2} + \sqrt{5}} \right|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \int \frac{8+2\sin x}{\sin x(3+2\sin x+\cos x)} dx \\
 &= \int \frac{8+2 \cdot \frac{2t}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2} \left(3+2 \cdot \frac{2t}{1+t^2} + \frac{1-t^2}{1+t^2} \right)} \cdot \frac{2}{1+t^2} dt \\
 &= \int \frac{4t^2+2t+4}{t(t^2+2t+2)} dt \\
 &= \int \left(\frac{2}{t} + \frac{2t-2}{t^2+2t+2} \right) dt \\
 &= \int \left\{ \frac{2}{t} + \frac{(2t+2)-4}{t^2+2t+2} \right\} dt \\
 &= \int \left\{ \frac{2}{t} + \frac{2t+2}{t^2+2t+2} - \frac{4}{1+(t+1)^2} \right\} dt \\
 &= 2 \log|t| + \log(t^2+2t+2) - 4 \arctan(t+1) \\
 &= 2 \log \left| \tan \frac{x}{2} \right| + \log \left(\tan^2 \frac{x}{2} + 2 \tan \frac{x}{2} + 2 \right) \\
 &\quad - 4 \arctan \left(\tan \frac{x}{2} + 1 \right)
 \end{aligned}$$

$$* \frac{4t^2+2t+4}{t(t^2+2t+2)} = \frac{A}{t} + \frac{Bt+C}{t^2+2t+2}$$

と分解の形を決め、から分母をほらうと

$$4t^2+2t+4 = A(t^2+2t+2) + (Bt+C)t$$

$$4t^2+2t+4 = (A+B)t^2 + (2A+C)t + 2A$$

$$\begin{cases} A+B=4 \\ 2A+C=2 \\ 2A=4 \end{cases} \quad \therefore A=2, B=2, C=-2$$

点

点