

科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	10B-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 11 月 12 日 (木) 2 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	25 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 千記のみ参照・持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① $f(x, y) = x^2y + y^3 + \frac{2}{3}x^2 + 3y^2 + 2xy + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}y$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ。
(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

※ $f(x, y) : C^2$ 級で, $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき
 $H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$
 $H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$
 $H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$
ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする。
※物理数学の $D(x, y) = f_{xy}(x, y)^2 - f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y)$ を用いてもよい。

科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	1OB-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 11 月 12 日 (木)	2 回目 (~ 時限目)	担当	石川 学	学年		氏名				
試験 時間	25 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。

★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① $f(x, y) = x^2y + y^3 + \frac{2}{3}x^2 + 3y^2 + 2xy + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}y$ について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ。

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

※ $f(x, y) : C^2$ 級で、 $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする。

※物理数学の $D(x, y) = f_{xy}(x, y)^2 - f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y)$ を用いてもよい。

$$(i) \begin{cases} f_x(x, y) = 2xy + \frac{4}{3}x + 2y + \frac{4}{3} = 0 \quad \cdots ① \\ f_y(x, y) = x^2 + 3y^2 + 6y + 2x + \frac{8}{3} = 0 \quad \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{より} \quad 2x(y + \frac{2}{3}) + 2(y + \frac{2}{3}) = 0$$

$$2(x+1)(y + \frac{2}{3}) = 0$$

$$\therefore x = -1 \vee y = -\frac{2}{3}$$

(i) $x = -1$ のとき, ②より

$$3y^2 + 6y + \frac{5}{3} = 0$$

$$9y^2 + 18y + 5 = 0$$

$$(3y+1)(3y+5) = 0$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}$$

(ii) $y = -\frac{2}{3}$ のとき, ②より

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 0, -2$$

以上 (i), (ii) より, 停留点は

$$(-1, -\frac{1}{3}), (-1, -\frac{5}{3}), (0, -\frac{2}{3}), (-2, -\frac{2}{3})$$

$$(2) f_{xx}(x, y) = 2y + \frac{4}{3}, f_{yy}(x, y) = 6y + 6, f_{xy}(x, y) = 2x + 2$$

$$H(x, y) = (2y + \frac{4}{3})(6y + 6) - (2x + 2)^2$$

$$\cdot H(-1, -\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \cdot 4 - 0^2 = \frac{8}{3} > 0, f_{xx}(-1, -\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} > 0$$

$$\therefore f(-1, -\frac{1}{3}) = -\frac{25}{27} : \text{極小値}$$

$$\cdot H(-1, -\frac{5}{3}) = (-2) \cdot (-4) - 0^2 = 8 > 0, f_{xx}(-1, -\frac{5}{3}) = -2 < 0$$

$$\therefore f(-1, -\frac{5}{3}) = \frac{7}{27} : \text{極大値}$$

$$\cdot H(0, -\frac{2}{3}) = 0 \cdot 2 - 2^2 = -4 < 0$$

$$\therefore f(0, -\frac{2}{3}) : \text{極値でない}$$

$$\cdot H(-2, -\frac{2}{3}) = 0 \cdot 2 - (-2)^2 = -4 < 0$$

$$\therefore f(-2, -\frac{2}{3}) : \text{極値でない}$$