科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	1OB-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 12 月 10 日 (木) 2 回目 (～ 時限目)				担当	石川　学	学年		氏名		
試験 時間	40 分	注意 事項	1. 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします．

★解答はすべて記述式とし，答えのみは正解としません．

$\boxed{1}$ 次の累次積分の順序を変更せよ（積分領域も図示すること）．ただし，f は連続とする．

(1) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^{x} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(2) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_0^{2x-x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(3) $\displaystyle\int_0^2 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(4) $\displaystyle\int_0^3 \left\{ \int_{\frac{x}{3}}^{x} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(5) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_{4x^2}^{2x+2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(6) $\displaystyle\int_1^2 \left\{ \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(7) $\displaystyle\int_{-1}^2 \left\{ \int_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

(8) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_{x-2}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$

点

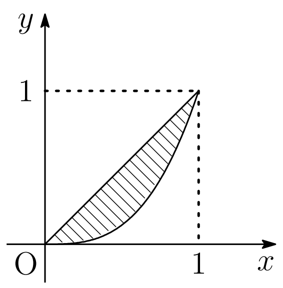
科目名	微積分学B演習 微積分学演習	対象	1OB-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 27 年 12 月 10 日 (木)　2 回目 (　～　時限目)				担当	石川　学	学年		氏名		
試験 時間	40 分	注意 事項	❶ 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ (　　　)							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします．

★解答はすべて記述式とし，答えのみは正解としません．

$\boxed{1}$ 次の累次積分の順序を変更せよ（積分領域も図示すること）．ただし，f は連続とする．

(1) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^{x} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 0 \leqq x \leqq 1,\ x^3 \leqq y \leqq x$

であるが，これは

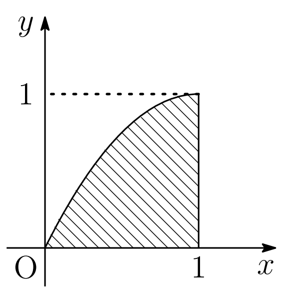
$D : 0 \leqq y \leqq 1,\ y \leqq x \leqq \sqrt[3]{y}$

でもあるから

$$\int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^{x} f(x,y)dy \right\} dx = \int_0^1 \left\{ \int_{y}^{\sqrt[3]{y}} f(x,y)dx \right\} dy$$

点

(2) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_0^{2x-x^2} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 2x - x^2$

であるが，これは

$D : 0 \leqq y \leqq 1,\ 1 - \sqrt{1-y} \leqq x \leqq 1$

でもあるから

$$\int_0^1 \left\{ \int_0^{2x-x^2} f(x,y)dy \right\} dx = \int_0^1 \left\{ \int_{1-\sqrt{1-y}}^{1} f(x,y)dx \right\} dy$$

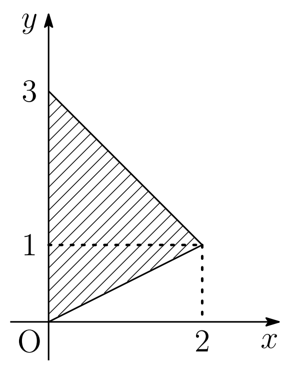
※ $y = 2x - x^2$ より $(x-1)^2 = 1 - y$

$x \leqq 1$ のとき $x - 1 \leqq 0$ であるから $x - 1 = -\sqrt{1-y}$

よって $x = 1 - \sqrt{1-y}$

点

(3) $\displaystyle\int_0^2 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 0 \leqq x \leqq 2,\ \dfrac{x}{2} \leqq y \leqq 3 - x$

であるが，これは

$D_1 : 0 \leqq y \leqq 1,\ 0 \leqq x \leqq 2y$

と

$D_2 : 1 \leqq y \leqq 3,\ 0 \leqq x \leqq 3 - y$

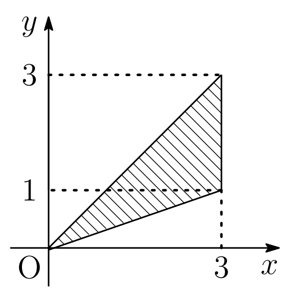
をあわせたものでもあるから

$$\int_0^2 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x,y)dy \right\} dx$$

$$= \int_0^1 \left\{ \int_0^{2y} f(x,y)dx \right\} dy + \int_1^3 \left\{ \int_0^{3-y} f(x,y)dx \right\} dy$$

点

(4) $\displaystyle\int_0^3 \left\{ \int_{\frac{x}{3}}^{x} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 0 \leqq x \leqq 3,\ \dfrac{x}{3} \leqq y \leqq x$

であるが，これは

$D_1 : 0 \leqq y \leqq 1,\ y \leqq x \leqq 3y$

と

$D_2 : 1 \leqq y \leqq 3,\ y \leqq x \leqq 3$

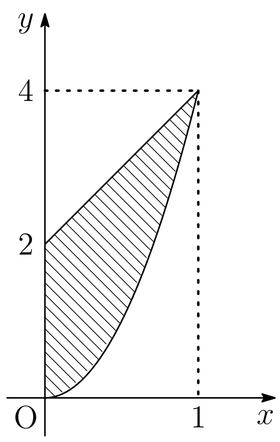
をあわせたものでもあるから

$$\int_0^3 \left\{ \int_{\frac{x}{3}}^{x} f(x,y)dy \right\} dx$$

$$= \int_0^1 \left\{ \int_y^{3y} f(x,y)dx \right\} dy + \int_1^3 \left\{ \int_y^{3} f(x,y)dx \right\} dy$$

点

(5) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_{4x^2}^{2x+2} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 0 \leqq x \leqq 1,\ 4x^2 \leqq y \leqq 2x+2$

であるが，これは

$D_1 : 0 \leqq y \leqq 2,\ 0 \leqq x \leqq \dfrac{\sqrt{y}}{2}$

と

$D_2 : 2 \leqq y \leqq 4,\ \dfrac{y-2}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\sqrt{y}}{2}$

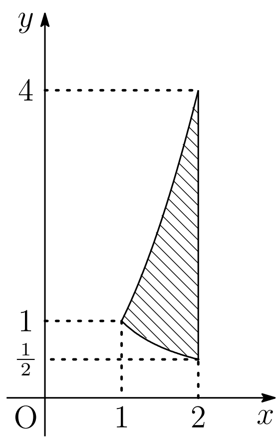
をあわせたものでもあるから

$$\int_0^1 \left\{ \int_{4x^2}^{2x+2} f(x,y)dy \right\} dx$$

$$= \int_0^2 \left\{ \int_0^{\frac{\sqrt{y}}{2}} f(x,y)dx \right\} dy + \int_2^4 \left\{ \int_{\frac{y-2}{2}}^{\frac{\sqrt{y}}{2}} f(x,y)dx \right\} dy$$

点

(6) $\displaystyle\int_1^2 \left\{ \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 1 \leqq x \leqq 2,\ \dfrac{1}{x} \leqq y \leqq x^2$

であるが，これは

$D_1 : \dfrac{1}{2} \leqq y \leqq 1,\ \dfrac{1}{y} \leqq x \leqq 2$

と

$D_2 : 1 \leqq y \leqq 4,\ \sqrt{y} \leqq x \leqq 2$

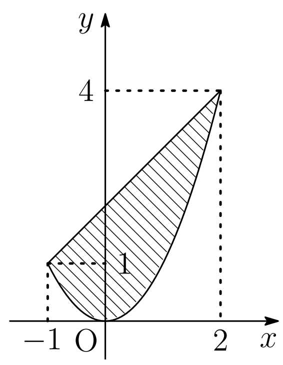
をあわせたものでもあるから

$$\int_1^2 \left\{ \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^1 \left\{ \int_{\frac{1}{y}}^2 f(x,y)dx \right\} dy + \int_1^4 \left\{ \int_{\sqrt{y}}^2 f(x,y)dx \right\} dy$$

点

(7) $\displaystyle\int_{-1}^2 \left\{ \int_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : -1 \leqq x \leqq 2,\ x^2 \leqq y \leqq x+2$

であるが，これは

$D_1 : 0 \leqq y \leqq 1,\ -\sqrt{y} \leqq x \leqq \sqrt{y}$

と

$D_2 : 1 \leqq y \leqq 4,\ y-2 \leqq x \leqq \sqrt{y}$

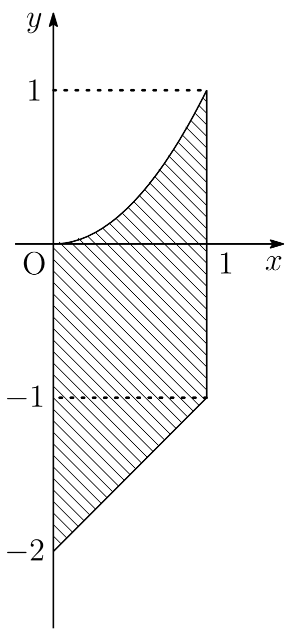
をあわせたものでもあるから

$$\int_{-1}^2 \left\{ \int_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy \right\} dx$$

$$= \int_0^1 \left\{ \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx \right\} dy + \int_1^4 \left\{ \int_{y-2}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx \right\} dy$$

点

(8) $\displaystyle\int_0^1 \left\{ \int_{x-2}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$



積分領域は

$D : 0 \leqq x \leqq 1,\ x-2 \leqq y \leqq x^2$

であるが，これは

$D_1 : -2 \leqq y \leqq -1,\ 0 \leqq x \leqq y+2$

と

$D_2 : -1 \leqq y \leqq 0,\ 0 \leqq x \leqq 1$

と

$D_3 : 0 \leqq y \leqq 1,\ \sqrt{y} \leqq x \leqq 1$

をあわせたものでもあるから

$$\int_0^1 \left\{ \int_{x-2}^{x^2} f(x,y)dy \right\} dx$$

$$= \int_{-2}^{-1} \left\{ \int_0^{y+2} f(x,y)dx \right\} dy + \int_{-1}^0 \left\{ \int_0^1 f(x,y)dx \right\} dy$$

$$+ \int_0^1 \left\{ \int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y)dx \right\} dy$$

点