科目名	微積分学A 微積分学	対象	1OB	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号	
平成 30 年 6 月 25 日 (月) 回目 (～ 時限目)				担当	石川　学	学年		氏名	
試験 時間	90 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )						

評点

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします．

★解答はすべて記述式とし，答えのみは正解としません．

$\boxed{1}$ $A = \left\{ \dfrac{3n+1}{3n-2} + (-1)^n \cdot \dfrac{4n+12}{2n+5} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\}$ に対して $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ．

点

$\boxed{2}$ $\displaystyle \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{(3n)!\, n^{4n}}{(n!)^5\,(2n)!}}$ の値を求めよ．

点

$\boxed{3}$ 次の問いに答えよ．

(1) $\arctan \sqrt{\dfrac{3x-11}{2x+7}}$ を微分せよ．

点

(2) $f(x) = \dfrac{\arcsin x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}}$ のとき，$(1-x^2)f''(x) - 7xf'(x) - 5f(x)$ を簡単にせよ．

点

$\boxed{4}$ 次の極限値を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{\tan x - x}$

点

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2x(1-x)^{\frac{1}{4}}-\log(1+x)-x}{x^3}$

点

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\cos\frac{4x}{\pi}\right)^{\frac{1}{x\sin 2x}}$

点

$\boxed{5}$ 次の関数の Maclaurin 展開ををかっこ内の項まで求めよ．ただし，**係数は既約分数**にすること．必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}=1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\cdots \quad (-1<x\leqq 1)$$

$$\log(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\cdots \quad (-1<x\leqq 1)$$

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}-\cdots \quad (x\in\mathbb{R})$$

(1) $\displaystyle\frac{1}{\sqrt{1-x-x^2}}$　（4 次以下）

点

(2) $\log(1+x\cos x)$　（5 次以下）

点

★答えの符号ミス　→　各 2 点減点
★約分忘れ　→　各 1 点減点
★まとめ不足やミス　→　その程度により 1 点〜 5 点減点

$\boxed{1}$　$A = \left\{ \dfrac{3n+1}{3n-2} + (-1)^n \cdot \dfrac{4n+12}{2n+5} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\}$ に対して，$\sup A$ と $\inf A$ を求めよ．　（6 点）

解答
$n, m \in \mathbb{N}$ とし，$a_n = \dfrac{3n+1}{3n-2} + (-1)^n \cdot \dfrac{4n+12}{2n+5}$ とおく．

(i)
$$\begin{aligned} a_{2m-1} &= \frac{6m-2}{6m-5} - \frac{8m+8}{4m+3} \\ &= \frac{(6m-5)+3}{6m-5} - \frac{2(4m+3)+2}{4m+3} \\ &= 1 + \frac{3}{6m-5} - 2 - \frac{2}{4m+3} \\ &= -1 + \frac{3}{6m-5} - \frac{2}{4m+3} \\ &= -1 + \frac{3(4m+3)-2(6m-5)}{(6m-5)(4m+3)} \\ &= -1 + \frac{19}{(6m-5)(4m+3)} \end{aligned}$$

そして
$$0 < \frac{19}{(6m-5)(4m+3)} \leqq \frac{19}{7} \qquad （右等号：m=1）$$
であるから
$$-1 < a_{2m-1} \leqq \frac{12}{7} \qquad （右等号：m=1）$$

(ii)
$$\begin{aligned} a_{2m} &= \frac{6m+1}{6m-2} + \frac{8m+12}{4m+5} \\ &= \frac{(6m-2)+3}{6m-2} + \frac{2(4m+5)+2}{4m+5} \\ &= 1 + \frac{3}{6m-2} + 2 + \frac{2}{4m+5} \\ &= 3 + \frac{3}{6m-2} + \frac{2}{4m+5} \end{aligned}$$

そして
$$0 < \frac{3}{6m-2} \leqq \frac{3}{4} \qquad （右等号：m=1）$$
$$0 < \frac{2}{4m+5} \leqq \frac{2}{9} \qquad （右等号：m=1）$$
であるから
$$3 < a_{2m} \leqq \frac{143}{36} \qquad （右等号：m=1）$$

以上 (i), (ii) より
$$-1 < a_n \leqq \frac{143}{36} \qquad （右等号：n=2）$$

・$\max A = \dfrac{143}{36}$ であるから　　$\sup A = \dfrac{143}{36}$

・-1 は A の下界で
$$a_{2m-1} \in A, \quad \lim_{m\to\infty} a_{2m-1} = \lim_{m\to\infty} \left\{ -1 + \frac{19}{(6m-5)(4m+3)} \right\} = -1$$
であるから　　$\inf A = -1$

$\left(\begin{array}{l}\sup A \text{ と } \inf A \text{ の値に各 3 点} \\ \text{答えの両方が間違っていたとき，} a_{2m-1} \text{ と } a_{2m} \text{ の評価式に各 1 点}\end{array}\right)$

$\boxed{2}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{(3n)!\,n^{4n}}{(n!)^5\,(2n)!}}$ の値を求めよ． （4 点）

解答

$a_n = \dfrac{(3n)!\,n^{4n}}{(n!)^5\,(2n)!}$ $(n \in \mathbb{N})$ とおくと，$a_n > 0$ で

$$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n\to\infty}\frac{(3n+3)!\,(n+1)^{4n+4}}{\{(n+1)!\}^5\,(2n+2)!}\cdot\frac{(n!)^5\,(2n)!}{(3n)!\,n^{4n}} \\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{3(3n+1)(3n+2)}{2(n+1)(2n+1)}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{4n} \\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{3\left(3+\dfrac{1}{n}\right)\left(3+\dfrac{2}{n}\right)}{2\left(1+\dfrac{1}{n}\right)\left(2+\dfrac{1}{n}\right)}\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}^4 \\ &= \frac{27}{4}e^4\end{aligned}$$

よって　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n} = \frac{27}{4}e^4$

$\boxed{3}$ 次の問いに答えよ．

(1) $\arctan\sqrt{\dfrac{3x-11}{2x+7}}$ を微分せよ． （4 点）

(2) $f(x) = \dfrac{\arcsin x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}}$ のとき，$(1-x^2)f''(x) - 7xf'(x) - 5f(x)$ を簡単にせよ． （5 点）

解答

(1) $$\begin{aligned}\left(\arctan\sqrt{\frac{3x-11}{2x+7}}\right)' &= \frac{1}{1+\dfrac{3x-11}{2x+7}}\cdot\left\{\frac{1}{2\sqrt{\dfrac{3x-11}{2x+7}}}\cdot\frac{3\cdot(2x+7)-(3x-11)\cdot 2}{(2x+7)^2}\right\} \\ &= \frac{2x+7}{(2x+7)+(3x-11)}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2x+7}{3x-11}}\cdot\frac{43}{(2x+7)^2} \\ &= \frac{43}{2(5x-4)(2x+7)}\sqrt{\frac{2x+7}{3x-11}}\end{aligned}$$

$\left(\begin{array}{l}\text{解答以外は} \\ \dfrac{43}{2(5x-4)(3x-11)}\sqrt{\dfrac{3x-11}{2x+7}} \quad \text{または} \quad \dfrac{43}{2(5x-4)(2x+7)\sqrt{\dfrac{3x-11}{2x+7}}} \\ \text{が正解} \\ \text{根号の中身の符号の扱いが間違っているものは 2 点減点}\end{array}\right)$

(2) $f(x) = \dfrac{\arcsin x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}}$ のとき　$(1-x^2)^{\frac{5}{2}}f(x) = \arcsin x$

両辺を微分すると

$$\left\{\frac{5}{2}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}\cdot(-2x)\right\}\cdot f(x) + (1-x^2)^{\frac{5}{2}}\cdot f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\therefore\quad (1-x^2)^{\frac{5}{2}}f'(x) - 5x(1-x^2)^{\frac{3}{2}}f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

両辺を $(1-x^2)^{\frac{3}{2}}$ でわると

$$(1-x^2)f'(x)-5xf(x)=(1-x^2)^{-2}$$

さらに微分すると

$$-2x\cdot f'(x)+(1-x^2)\cdot f''(x)-5\cdot f(x)-5x\cdot f'(x)=-2(1-x^2)^{-3}\cdot(-2x)$$

$$\therefore\quad (1-x^2)f''(x)-7xf'(x)-5f(x)=\frac{4x}{(1-x^2)^3}$$

（$f'(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}+5x\arcsin x}{(1-x^2)^{\frac{7}{2}}}$ と $f''(x)=\dfrac{11x\sqrt{1-x^2}+(5+30x^2)\arcsin x}{(1-x^2)^{\frac{9}{2}}}$
を代入してもよい
答えが間違っていたとき，$f'(x)$ が求められていれば 2 点）

$\boxed{4}$ 次の極限値を求めよ．（各 5 点）

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{\tan x-x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{2x(1-x)^{\frac{1}{4}}-\log(1+x)-x}{x^3}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\left(\cos\frac{4x}{\pi}\right)^{\frac{1}{x\sin 2x}}$

解答

不定形であることの確認は省略する．正しい書き方もあるが，応用上用いられる書き方にしてある．
ここでは，L'Hospital の定理を用いる部分を「$\overset{*}{=}$」で表すことにする（答案に印をつける必要はない）．
また，高校で学んだ

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1,\quad \lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2},\quad \lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1,\quad \lim_{x\to0}\frac{\log(1+x)}{x}=1,\quad \lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

の他に，授業で示した

$$\lim_{x\to0}\frac{x-\sin x}{x^3}=\frac{1}{6},\quad \lim_{x\to0}\frac{\tan x-x}{x^3}=\frac{1}{3}$$

は公式として用いる．念のため，ここでも示しておく．

$$\lim_{x\to0}\frac{x-\sin x}{x^3}\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{3x^2}=\lim_{x\to0}\frac{1}{3}\cdot\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\tan x-x}{x^3}\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{\dfrac{1}{\cos^2 x}-1}{3x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\tan^2 x}{3x^2}=\lim_{x\to0}\frac{1}{3}\left(\frac{\tan x}{x}\right)^2=\frac{1}{3}\cdot1^2=\frac{1}{3}$$

もしくは，$x\to0$ のとき

$$\sin x=x-\frac{1}{6}x^3+o(x^3),\quad \tan x=x+\frac{1}{3}x^3+o(x^3)$$

であるから

$$\lim_{x\to0}\frac{x-\sin x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{x-\left\{x-\dfrac{1}{6}x^3+o(x^3)\right\}}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{\dfrac{1}{6}x^3+o(x^3)}{x^3}=\lim_{x\to0}\left\{\frac{1}{6}+\frac{o(x^3)}{x^3}\right\}=\frac{1}{6}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\tan x-x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{\left\{x+\dfrac{1}{3}x^3+o(x^3)\right\}-x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{\dfrac{1}{3}x^3+o(x^3)}{x^3}=\lim_{x\to0}\left\{\frac{1}{3}+\frac{o(x^3)}{x^3}\right\}=\frac{1}{3}$$

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{\tan x-x}=\lim_{x\to0}\frac{x^3}{\tan x-x}\cdot\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{x^3}$

である．ここで

$$\lim_{x\to0}\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{x^3}\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{1\cdot e^{-x}+x\cdot(-e^{-x})+2x-\cos x}{3x^2}=\lim_{x\to0}\frac{(1-x)e^{-x}+2x-\cos x}{3x^2}$$
$$\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{-1\cdot e^{-x}+(1-x)\cdot(-e^{-x})+2+\sin x}{6x}=\lim_{x\to0}\frac{(x-2)e^{-x}+2+\sin x}{6x}$$
$$\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{1\cdot e^{-x}+(x-2)\cdot(-e^{-x})+\cos x}{6}=\lim_{x\to0}\frac{(3-x)e^{-x}+\cos x}{6}=\frac{3\cdot1+1}{6}=\frac{2}{3}$$

であるから

$$\lim_{x\to0}\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{\tan x-x}=\lim_{x\to0}\frac{x^3}{\tan x-x}\cdot\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{x^3}=3\cdot\frac{2}{3}=2$$

もしくは，$x\to0$ のとき

$$e^{-x}=1+(-x)+\frac{1}{2}(-x)^2+o(x^2)=1-x+\frac{1}{2}x^2+o(x^2)$$
$$\sin x=x-\frac{1}{6}x^3+o(x^3),\quad \tan x=x+\frac{1}{3}x^3+o(x^3)$$

であるから

$$\lim_{x\to0}\frac{xe^{-x}+x^2-\sin x}{\tan x-x}=\lim_{x\to0}\frac{x\left\{1-x+\frac{1}{2}x^2+o(x^2)\right\}+x^2-\left\{x-\frac{1}{6}x^3+o(x^3)\right\}}{\left\{x+\frac{1}{3}x^3+o(x^3)\right\}-x}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{2}{3}x^3+o(x^3)}{\frac{1}{3}x^3+o(x^3)}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{\frac{2}{3}+\frac{o(x^3)}{x^3}}{\frac{1}{3}+\frac{o(x^3)}{x^3}}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$$

(2) $x(1-x)^{\frac{1}{4}}=\{1-(1-x)\}(1-x)^{\frac{1}{4}}=(1-x)^{\frac{1}{4}}-(1-x)^{\frac{5}{4}}$

であるから

$$\lim_{x\to0}\frac{2x(1-x)^{\frac{1}{4}}-\log(1+x)-x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{2(1-x)^{\frac{1}{4}}-2(1-x)^{\frac{5}{4}}-\log(1+x)-x}{x^3}$$
$$\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{-\frac{1}{2}(1-x)^{-\frac{3}{4}}+\frac{5}{2}(1-x)^{\frac{1}{4}}-(1+x)^{-1}-1}{3x^2}$$
$$\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{-\frac{3}{8}(1-x)^{-\frac{7}{4}}-\frac{5}{8}(1-x)^{-\frac{3}{4}}+(1+x)^{-2}}{6x}$$
$$\overset{*}{=}\lim_{x\to0}\frac{-\frac{21}{32}(1-x)^{-\frac{11}{4}}-\frac{15}{32}(1-x)^{-\frac{7}{4}}-2(1+x)^{-3}}{6}$$
$$=\frac{-\frac{21}{32}-\frac{15}{32}-2}{6}=-\frac{25}{48}$$

もしくは，$x\to0$ のとき

$$(1-x)^{\frac{1}{4}}=1+\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\1\end{pmatrix}(-x)+\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\2\end{pmatrix}(-x)^2+o(x^2)=1-\frac{\frac{1}{4}}{1}x+\frac{\frac{1}{4}\cdot(-\frac{3}{4})}{2\cdot1}x^2+o(x^2)=1-\frac{1}{4}x-\frac{3}{32}x^2+o(x^2)$$
$$\log(1+x)=x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+o(x^3)$$

であるから

$$\lim_{x\to0}\frac{2x(1-x)^{\frac{1}{4}}-\log(1+x)-x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{2x\left\{1-\frac{1}{4}x-\frac{3}{32}x^2+o(x^2)\right\}-\left\{x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+o(x^3)\right\}-x}{x^3}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{-\frac{25}{48}x^3+o(x^3)}{x^3}=\lim_{x\to0}\left\{-\frac{25}{48}+\frac{o(x^3)}{x^3}\right\}=-\frac{25}{48}$$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\cos\frac{4x}{\pi}\right)^{\frac{1}{x\sin 2x}} = \lim_{x\to 0} e^{\log(\cos\frac{4x}{\pi})\frac{1}{x\sin 2x}} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{\log(\cos\frac{4x}{\pi})}{x\sin 2x}} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{2x}{\sin 2x}\cdot\frac{\log(\cos\frac{4x}{\pi})}{2x^2}}$

である．ここで

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log\left(\cos\frac{4x}{\pi}\right)}{2x^2} \overset{*}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{-\frac{4}{\pi}\sin\frac{4x}{\pi}}{\cos\frac{4x}{\pi}}}{4x} = \lim_{x\to 0}\frac{-\frac{4}{\pi}\tan\frac{4x}{\pi}}{4x} = \lim_{x\to 0}\frac{-4}{\pi^2}\cdot\frac{\tan\frac{4x}{\pi}}{\frac{4x}{\pi}} = -\frac{4}{\pi^2}\cdot 1 = -\frac{4}{\pi^2}$$

であるから

$$\lim_{x\to 0}\left(\cos\frac{4x}{\pi}\right)^{\frac{1}{x\sin 2x}} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{2x}{\sin 2x}\cdot\frac{\log(\cos\frac{4x}{\pi})}{2x^2}} = e^{1\cdot(-\frac{4}{\pi^2})} = e^{-\frac{4}{\pi^2}}$$

$\left(-\dfrac{4}{\pi^2}\right.$ を答えにしていたら 3 点$\left.\right)$

$\boxed{5}$ 次の関数の Maclaurin 展開ををかっこ内の項まで求めよ．ただし，**係数は既約分数**にすること．必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．（各 8 点）

$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{8}x^2 - \dfrac{5}{16}x^3 + \dfrac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leqq 1)$

$\log(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^5}{5} - \cdots \quad (-1 < x \leqq 1)$

$\cos x = 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24} - \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x-x^2}}$ （4 次以下）

(2) $\log(1+x\cos x)$ （5 次以下）

解答

(1)
$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{1-x-x^2}} &= 1 - \frac{1}{2}(-x-x^2) + \frac{3}{8}(-x-x^2)^2 - \frac{5}{16}(-x-x^2)^3 + \frac{35}{128}(-x-x^2)^4 + \cdots \\
&= 1 - \frac{1}{2}(-x-x^2) + \frac{3}{8}(x^2+2x^3+x^4) - \frac{5}{16}(-x^3-3x^4+\cdots) + \frac{35}{128}(x^4+\cdots) + \cdots \\
&= 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2 \\
&\qquad + \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{8}x^4 \\
&\qquad\qquad + \frac{5}{16}x^3 + \frac{15}{16}x^4 + \cdots \\
&\qquad\qquad\qquad + \frac{35}{128}x^4 + \cdots \\
&= 1 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{8}x^2 + \frac{17}{16}x^3 + \frac{203}{128}x^4 + \cdots
\end{aligned}$$
（各項順に 1 点, 1 点, 1 点, 2 点, 3 点）

$$
\begin{aligned}
(2)\ \ \log(1+x\cos x) &= x\cos x - \frac{1}{2}(x\cos x)^2 + \frac{1}{3}(x\cos x)^3 - \frac{1}{4}(x\cos x)^4 + \frac{1}{5}(x\cos x)^5 + \cdots \\
&= \left(x - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{24}x^5 - \cdots\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}x^3 + \cdots\right)^2 + \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}x^3 + \cdots\right)^3 \\
&\qquad - \frac{1}{4}(x - \cdots)^4 + \frac{1}{5}(x - \cdots)^5 + \cdots \\
&= \left(x - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{24}x^5 + \cdots\right) - \frac{1}{2}(x - x^4 + \cdots) + \frac{1}{3}\left(x^3 - \frac{3}{2}x^5 + \cdots\right) \\
&\qquad - \frac{1}{4}(x^4 + \cdots) + \frac{1}{5}(x^5 + \cdots) + \cdots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{rccccccccccccc}
= & x & & & - & \frac{1}{2}x^3 & & & + & \frac{1}{24}x^5 & + & \cdots \\
& & - & \frac{1}{2}x^2 & & & + & \frac{1}{2}x^4 & & & + & \cdots \\
& & & & + & \frac{1}{3}x^3 & & & - & \frac{1}{2}x^5 & + & \cdots \\
& & & & & & - & \frac{1}{4}x^4 & & & + & \cdots \\
& & & & & & & & + & \frac{1}{5}x^5 & + & \cdots \\
& & & & & & & & & & + & \cdots
\end{array}
$$

$$
= x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^4 - \frac{31}{120}x^5 + \cdots
$$

（各項順に 1 点, 1 点, 1 点, 2 点, 3 点）