

科目名	微積分学 A 微積分学	対象	1OB	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号	評点
2019年7月1日(月)	回目 (~ 時限目)	担当	石川 学	学年		氏名			
試験時間	90 分	注意事項	(① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照 持込可)

★不正行為および疑わしき行為をしないようお願いします。

★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

1] $A = \left\{ \frac{4n+3}{4n-1} + (-1)^n \cdot \frac{9n+6}{3n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ に対して

$\sup A$ と $\inf A$ を求めよ。

3] 次の問いに答えよ。

(1) $\arctan \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$ を微分せよ。

点

点

2] $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)! n^{7n}}{(n!)^5 (4n)!}}$ の値を求めよ。

(2) $f(x) = \frac{x \arccos x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ のとき、 $(1-x^2)f''(x) - 5xf'(x) - 4f(x)$ を簡単にせよ。

点

点

4 次の極限値を求めよ. ただし, γ は Euler 定数である.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \sin x - \cos 3x - 5x^2}{\tan x - x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 - 5x)(1 + x)^{\frac{1}{3}} - 4 \log(1 - x) - 3}{x^3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{2x}{\gamma} \right)^{\frac{1}{x \sin x}}$$

5 次の関数の Maclaurin 展開ををかっこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること. 必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\cos x} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \dots \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$(1) \frac{1}{\sqrt{1+x+2x^2}} \quad (4 \text{ 次以下})$$

点

点

点

$$(2) \log \left(1 + \frac{x}{\cos x} \right) \quad (5 \text{ 次以下})$$

点

点

科目名	微積分学 A 微積分学	対象	1OB	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号	評点
2019年7月1日(月)	回目 (~ 時限目)	担当	石川 学	学年		氏名			
試験時間	90 分	注意事項	(①筆記用具以外持込不可 ②下記のみ参照持込可)

★不正行為および疑わしき行為をしないようお願いします。

★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

1] $A = \left\{ \frac{4n+3}{4n-1} + (-1)^n \cdot \frac{9n+6}{3n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ に対して

$\sup A$ と $\inf A$ を求めよ。

答えと採点基準

$\sup A = 5$ (3点)

$\inf A = -2$ (3点)

約分忘れは1点減点

答えの両方が間違っていたとき、 a_{2m-1} と a_{2m} の評価式

$-2 < a_{2m-1} \leq -\frac{17}{12}$

$4 < a_{2m} \leq 5$

に各1点

ただし $a_n = \frac{4n+3}{4n-1} + (-1)^n \cdot \frac{9n+6}{3n+1}$

2] $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)! n^{7n}}{(n!)^5 (4n)!}}$ の値を求めよ。

答えと採点基準

$\frac{e^7}{64}$ (4点)

3] 次の問いに答えよ。

(1) $\arctan \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$ を微分せよ。

答えと採点基準

$$\frac{-113}{2(27x+20)(7x+1)} \sqrt{\frac{7x+1}{20x+19}}$$

$$\frac{-113}{2(27x+20)(20x+19)} \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$$

$$\frac{-113}{2(27x+20)(7x+1)} \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$$

のいずれかに4点

根号の中身の符号の扱いが間違っているものは2点減点
まとめ不足は2点減点

答えの符号が違うのは2点減点

点

(2) $f(x) = \frac{x \arccos x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ のとき、 $(1-x^2)f''(x) - 5xf'(x) - 4f(x)$ を簡単にせよ。

答えと採点基準

$-\frac{2}{(1-x^2)^2}$ (5点)

$-\frac{2}{1-x^2} - \frac{2x^2}{(1-x^2)^2}$ で終わっているのは1点減点

答えの符号が違うのは2点減点

答えに点数がつかないとき

$(1-x^2)f'(x) - 3xf(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{x}{1-x^2}$

$f'(x) = \frac{(1+2x^2) \arccos x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{x}{(1-x^2)^2}$

もしくはこれらと同等の式のいずれかに2点

点

点

4 次の極限値を求めよ。ただし、 γ は Euler 定数である。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \sin x - \cos 3x - 5x^2}{\tan x - x}$$

答えと採点基準

-1 (5 点)

答えの符号が違うのは 2 点減点

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 - 5x)(1 + x)^{\frac{1}{3}} - 4 \log(1 - x) - 3}{x^3}$$

答えと採点基準

$\frac{56}{27}$ (5 点)

約分忘れは 1 点減点

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{2x}{\gamma} \right)^{\frac{1}{x \sin x}}$$

答えと採点基準

$e^{-\frac{2}{\gamma^2}}$ (5 点)

$-\frac{2}{\gamma^2}$ で終わっているのは 2 点減点

答えの符号が違うのは 2 点減点

5 次の関数の Maclaurin 展開ををかっこ内の項まで求めよ。ただし、係数は既約分数にすること。必要ならば、次の Maclaurin 展開を用いてよい。

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\cos x} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \dots \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$(1) \frac{1}{\sqrt{1+x+2x^2}} \quad (4 \text{ 次以下})$$

答えと採点基準

$$1 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{19}{16}x^3 - \frac{13}{128}x^4$$

各項順に 1 点、1 点、1 点、2 点、3 点

点

$$(2) \log \left(1 + \frac{x}{\cos x} \right) \quad (5 \text{ 次以下})$$

答えと採点基準

$$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{109}{120}x^5$$

各項順に 1 点、1 点、1 点、2 点、3 点

点

点