

科目名	微積分学 A 微積分学	対 象	1OB	学 部 研究科	理学部第一部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
2019 年 7 月 1 日 (月) (~ 時限目)				担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	90 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① $A = \left\{ \frac{4n+3}{4n-1} + (-1)^n \cdot \frac{9n+6}{3n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ に対して
 $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ。

③ 次の問いに答えよ。

(1) $\arctan \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$ を微分せよ。

(2) $f(x) = \frac{x \arccos x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ のとき、 $(1-x^2)f''(x) - 5xf'(x) - 4f(x)$ を簡単にせよ。

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)! n^{7n}}{(n!)^5 (4n)!}}$ の値を求めよ。

点

点

点

点

□4 次の極限值を求めよ．ただし， γ は Euler ^{オイラー} 定数である．

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \sin x - \cos 3x - 5x^2}{\tan x - x}$

点

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 - 5x)(1 + x)^{\frac{1}{3}} - 4 \log(1 - x) - 3}{x^3}$

点

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{2x}{\gamma} \right)^{\frac{1}{x \sin x}}$

点

□5 次の関数の Maclaurin 展開ををカッコ内の項まで求めよ．ただし，係数は既約分数にすること．必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\cos x} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \dots \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

(1) $\frac{1}{\sqrt{1+x+2x^2}}$ (4 次以下)

点

(2) $\log \left(1 + \frac{x}{\cos x} \right)$ (5 次以下)

点

科目名	微積分学 A 微積分学	対 象	1OB	学 部 研究科	理学部第一部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
2019 年 7 月 1 日 (月) (~ 時限目)				担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	90 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照 持込可 ()							

★不正行為および疑わしき行為をしないようにお願いします。
★解答はすべて記述式とし、答えのみは正解としません。

① $A = \left\{ \frac{4n+3}{4n-1} + (-1)^n \cdot \frac{9n+6}{3n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ に対して
 $\sup A$ と $\inf A$ を求めよ。

答えと採点基準

$\sup A = 5$ (3 点)
 $\inf A = -2$ (3 点)

約分忘れは 1 点減点

答えの両方が間違っていたとき、 a_{2m-1} と a_{2m} の評価式
$$-2 < a_{2m-1} \leq -\frac{17}{12}$$
$$4 < a_{2m} \leq 5$$

に各 1 点
ただし
$$a_n = \frac{4n+3}{4n-1} + (-1)^n \cdot \frac{9n+6}{3n+1}$$

点

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)! n^{7n}}{(n!)^5 (4n)!}}$ の値を求めよ。

答えと採点基準

$\frac{e^7}{64}$ (4 点)

点

③ 次の問いに答えよ。

(1) $\arctan \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$ を微分せよ。

答えと採点基準

$$\frac{-113}{2(27x+20)(7x+1)} \sqrt{\frac{7x+1}{20x+19}}$$
$$\frac{-113}{2(27x+20)(20x+19)} \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$$
$$\frac{-113}{2(27x+20)(7x+1)} \sqrt{\frac{20x+19}{7x+1}}$$

のいずれかに 4 点

根号の中身の符号の扱いが間違っているものは 2 点減点

まとめ不足は 2 点減点

答えの符号が違うのは 2 点減点

点

(2) $f(x) = \frac{x \arccos x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ のとき、 $(1-x^2)f''(x) - 5xf'(x) - 4f(x)$ を簡単にせよ。

答えと採点基準

$-\frac{2}{(1-x^2)^2}$ (5 点)
 $-\frac{2}{1-x^2} - \frac{2x^2}{(1-x^2)^2}$ で終わっているのは 1 点減点

答えの符号が違うのは 2 点減点

答えに点数がつかないとき

$$(1-x^2)f'(x) - 3xf(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{x}{1-x^2}$$
$$f'(x) = \frac{(1+2x^2) \arccos x}{(1-x^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{x}{(1-x^2)^2}$$

もしくはこれらと同等の式のいずれかに 2 点

点

4 次の極限值を求めよ．ただし， γ は Euler 定数である．

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \sin x - \cos 3x - 5x^2}{\tan x - x}$

答えと採点基準

-1 (5 点)

答えの符号が違うのは 2 点減点

点

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 - 5x)(1 + x)^{\frac{1}{3}} - 4 \log(1 - x) - 3}{x^3}$

答えと採点基準

$\frac{56}{27}$ (5 点)

約分忘れば 1 点減点

点

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{2x}{\gamma} \right)^{\frac{1}{x \sin x}}$

答えと採点基準

$e^{-\frac{2}{\gamma^2}}$ (5 点)

$-\frac{2}{\gamma^2}$ で終わっているのは 2 点減点

答えの符号が違うのは 2 点減点

点

5 次の関数の Maclaurin 展開ををかつこ内の項まで求めよ．ただし，係数は既約分数にすること．必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$

$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad (-1 < x \leq 1)$

$\frac{1}{\cos x} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4 + \dots \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$

(1) $\frac{1}{\sqrt{1+x+2x^2}}$ (4 次以下)

答えと採点基準

$1 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{19}{16}x^3 - \frac{13}{128}x^4$

各項順に 1 点, 1 点, 1 点, 2 点, 3 点

点

(2) $\log \left(1 + \frac{x}{\cos x} \right)$ (5 次以下)

答えと採点基準

$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{109}{120}x^5$

各項順に 1 点, 1 点, 1 点, 2 点, 3 点

点