科目名	微積分学 A 微積分学	対象	1OB-AB	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科		学籍 番号	
2019 年 8 月 5 日 (月) 2 回目 (～ 時限目)				担当	石川　学	学年		氏名	
試験 時間	60 分	注意 事項	① 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~ ( )						

評点

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．(1) は答えのみでよい．

$$\frac{-x^2+28x-21}{(x+5)(x^2-4x+17)} = \frac{A}{x+5} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+17}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-x^2+28x-21}{(x+5)(x^2-4x+17)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\tan\dfrac{x}{2} = t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{3\sin x - \cos x + 9}{(1-\cos x)(3\sin x + 3\cos x + 5)}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $\sqrt{4x^2-x+1} + 2x = t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{8}{(4x+3)\sqrt{4x^2-x+1}}dx$ を求めよ．

$\boxed{4}$ 次を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{(\arcsin x)^5\sqrt{1-x^2}}dx$　　(2) $\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} 2x\arctan x dx$

$\boxed{5}$ 次を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}\,(\sqrt[3]{x}+5)}dx$　　(2) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\log(x^2-x+1)}{x^3}dx$

★答えの符号ミス　→　各 2 点減点
★絶対値忘れ　→　各 1 点減点
★約分忘れ　→　各 1 点減点
★まとめ不足やミス　→　その程度により 1 点〜 5 点減点

$\boxed{1}$　(1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答えのみでよい．**

$$\frac{-x^2+28x-21}{(x+5)(x^2-4x+17)} = \frac{A}{x+5} + \frac{Bx+C}{x^2-4x+17}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-x^2+28x-21}{(x+5)(x^2-4x+17)}dx$ を求めよ．

答えと採点基準

(1) $A=-3,\ B=2,\ C=6$　（各 3 点）

(2) $-3\log|x+5| + \log(x^2-4x+17) + \dfrac{10}{\sqrt{13}}\arctan\dfrac{x-2}{\sqrt{13}}$　（順に 3 点，3 点，5 点）

$\boxed{2}$　$\tan\dfrac{x}{2} = t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{3\sin x - \cos x + 9}{(1-\cos x)(3\sin x + 3\cos x + 5)}dx$ を求めよ．

答えと採点基準

$$\begin{aligned}\int \frac{3\sin x - \cos x + 9}{(1-\cos x)(3\sin x + 3\cos x + 5)}dx &= \int \frac{5t^2+3t+4}{t^2(t^2+3t+4)}dt \quad \text{（2 点）}\\ &= \int \left(\frac{1}{t^2} + \frac{4}{t^2+3t+4}\right)dt \quad \text{（3 点）}\\ &= -\frac{1}{t} + \frac{8}{\sqrt{7}}\arctan\frac{2t+3}{\sqrt{7}} \quad \text{（順に 2 点，3 点）}\end{aligned}$$

$\boxed{3}$　$\sqrt{4x^2-x+1} + 2x = t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{8}{(4x+3)\sqrt{4x^2-x+1}}dx$ を求めよ．

答えと採点基準

$x = \dfrac{t^2-1}{4t-1},\ \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{2(2t^2-t+2)}{(4t-1)^2},\ \sqrt{4x^2-x+1} = \dfrac{2t^2-t+2}{4t-1}$　（各 1 点）

$$\begin{aligned}\int \frac{8}{(4x+3)\sqrt{4x^2-x+1}}dx &= \int \frac{16}{4t^2+12t-7}dt \quad \text{（2 点）}\\ &= \log|2t-1| - \log|2t+7| \quad \text{（5 点）}\end{aligned}$$

$\boxed{4}$　次を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{(\arcsin x)^5\sqrt{1-x^2}}dx$　　(2) $\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} 2x\arctan x dx$

答えと採点基準

(1)
$$\begin{aligned}\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{(\arcsin x)^5\sqrt{1-x^2}}dx &= -\frac{1}{4}\left\{\left(\frac{3}{\pi}\right)^4 - \left(\frac{4}{\pi}\right)^4\right\} \quad \text{（5 点）}\\ &= \frac{175}{4\pi^4} \quad \text{（5 点）}\end{aligned}$$

(2) $\dfrac{6+5\sqrt{3}}{3}\pi - 2$　（順に 4 点，4 点，2 点）

$\boxed{5}$ 次を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}\,(\sqrt[3]{x}+5)}dx$　　(2) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\log(x^2-x+1)}{x^3}dx$

答えと採点基準

(1) $3\log\dfrac{7}{5}$　（10 点）

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}\pi-\dfrac{1}{2}$　（順に 5 点，5 点）