

解答用紙の裏面使用可

[1] (1) ~ (4) は微分し, (5) は値を求めよ .

(1) $\frac{\sin x}{1 + \cos x}$

(2) $\log(x + \sqrt{x^2 - 1})$

(3) $\arctan \frac{5+x}{1-5x}$

(4) $\arcsin \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(5) $\arctan \frac{2}{9} + \arctan \frac{7}{11}$

[2] 次の間に答えよ .

(1) 近似公式

$$\sqrt{1+x+x^2} \doteq 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{16}x^3$$

に $x = \frac{1}{4}$ を代入することにより, $\sqrt{21}$ の近似値を求めよ .(2) $x < 0$ のとき, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2}$ を示せ .[3] $f(x) = (-2x^3 - 4x^2 + 2x + 1)e^{-2x}$ の増減を調べ, 極値を求めよ .

[4] 次の不定積分を求めよ .

(1) $\int \left(-x + 2 + \frac{3}{x^2} \right) \left(x - \frac{1}{6x} \right) dx$

(2) $\int \frac{(e^{-x} - 3)^2}{e^x} dx$

(3) $\int \cos^4 x dx$

(4) $\int (\cos 4x + \sin 2x)^2 dx$

解答用紙の裏面使用可

[1] (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C, D の値を求めよ .

$$\frac{10x^2 - 29x + 33}{(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2 - 2x + 5}$$

(2) $\int \frac{10x^2 - 29x + 33}{(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)} dx$ を求めよ .[2] $t = \sqrt{x^2 + 4x + 7} + x$ とおくことにより , $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 7}} dx$ を求めよ .[3] $f(x, y) = x^3y - 3xy - y^2$ について , 次の間に答えよ .(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ .(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ . $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき $H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$ $H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$ $H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$ ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする .

[4] 次の積分を求めよ .

(1) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \arcsin x dx$

(2) $\int_{-2}^1 \left\{ \int_{x^2}^{2-x} (x+y) dy \right\} dx$

(3) $\int_0^1 \left(\int_x^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+y^2} dy \right) dx$

(4) $\int_1^2 \left(\int_{e^x}^{e^2} \frac{1}{xy} dy \right) dx$

(5) $\int_1^2 \left(\int_{\frac{1}{x}}^1 y^2 e^{xy} dy \right) dx$ (順序変更)