

## 解答用紙の裏面使用可

1 次の問に答えよ．

(1) L'Hospital の定理を用いて，極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{1 - \cos x}$  を求めよ．

(2)  $\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{4}{7}$  の値を求めよ．

(3)  $\arcsin \sqrt{1 - x^2}$  を微分せよ．

(4)  $x > -1$  のとき， $\arctan x + \arctan \frac{1-x}{1+x} = \frac{\pi}{4}$  を示せ．

2  $f(0) = 1$ ,  $(1 + x^2)f'(x) = f(x)$  を満たす関数  $f(x)$  に対して，次の問に答えよ．

(1)  $n \in \mathbb{N}$  に対して

$$(1 + x^2)f^{(n+1)}(x) + 2nx f^{(n)}(x) + n(n-1)f^{(n-1)}(x) = f^{(n)}(x)$$

が成り立つことを示せ．

(2)  $f(x)$  の Maclaurin 展開の 5 次以下の項を求めよ．ただし，係数は既約分数にすること．また，6 次以上の項について求めた場合は，係数が 0 でない項に対し最大 10 点まで加点する．

3 次の定積分を求めよ．

(1)  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \arcsin x dx$

(2)  $\int_{-1}^{\sqrt{3}} 2x \arctan x dx$

(3)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^8 x dx$

4 (1) 次の等式が成り立つような定数  $A, B, C, D$  の値を求めよ．

$$\frac{10x^2 - 29x + 33}{(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx + D}{x^2 - 2x + 5}$$

(2)  $\int \frac{10x^2 - 29x + 33}{(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)} dx$  を求めよ．

## 解答用紙の裏面使用可

1  $t = \tan \frac{x}{2}$  とおくことにより,  $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx$  を求めよ.

2  $t = \sqrt{x^2 + 3x - 1} + x$  とおくことにより,  $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 3x - 1}} dx$  を求めよ.

3  $f(x, y) = x^3 + xy^2 + 2x^2 + y^2$  について, 次の問に答えよ.

(1)  $f(x, y)$  の停留点を求めよ.

(2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$  のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし  $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$  とする.

4 次の積分を求めよ.

(1)  $\int_3^6 \left( \int_1^{x^2} \frac{x}{y^2} dy \right) dx$  (2)  $\int_0^1 \left( \int_x^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+y^2} dy \right) dx$

(3)  $\int_0^4 \left( \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{\sqrt{y^3+1}} dy \right) dx$  (順序変更)

(4)  $\int \int_D y^2 dx dy$  ( $D : x^2 + y^2 \leq 2x$ )

(5)  $\int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  ( $D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$ )