

解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) ~ (2) は値を求め, (3) ~ (9) は微分し, (10) は簡単にせよ. 答のみでよい.

$$(1) \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(2) \arctan \frac{2}{7} + \arctan \frac{5}{9}$$

$$(3) \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

$$(4) \sin x - x \cos x$$

$$(5) \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$(6) \frac{\log x}{x^3}$$

$$(7) \log(x + \sqrt{x^2 + 2})$$

$$(8) \arctan \frac{2x}{x^2 - 1}$$

$$(9) \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$(10) (1 - x^2) \left(\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} \right)' - \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

- 2 $f(x) = (-2x^3 - x^2 + x + 1)e^{-x}$ の増減を調べ, 極値を求めよ.

- 3 $(1 - x + 3x^2) \arctan x$ の Maclaurin 展開の 10 次以下の項を求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること. 必要ならば,

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

が成り立つことを用いてよい.

解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C, D の値を求めよ。(1) は答のみでよい。

$$\frac{10x^2 - 29x + 33}{(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2 - 2x + 5}$$

- (2) $\int \frac{10x^2 - 29x + 33}{(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)} dx$ を求めよ。

- 2 $\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}} dx$ を求めよ。

- 3 $f(x, y) = x^2 - xy^2 + xy - y^3$ について, 次の問に答えよ。

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ。

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする。

- 4 次の積分を求めよ。

(1) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \arcsin x dx$

(2) $\int_0^1 \left\{ \int_0^{1-x} (2x + 3y^2) dy \right\} dx$

(3) $\int_0^1 \left(\int_x^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+y^2} dy \right) dx$

(4) $\int_1^2 \left(\int_{e^x}^{e^2} \frac{1}{xy} dy \right) dx$

(5) $\int_1^2 \left(\int_1^{\frac{2}{x}} ye^{xy} dy \right) dx$ (順序変更)