

解答用紙の裏面使用可

[1] (1) ~ (3) は値を求め, (4) は微分し, (5) は証明せよ. (1) ~ (4) は答のみでよい.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +0} (\sin x)^{\frac{1}{\log x}}$$

$$(3) \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{4} + \arctan \frac{1}{13}$$

$$(4) \arccos \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$(5) 2 \arctan x + \arctan \frac{2x}{x^2 - 1} = \pi \quad (x > 1)$$

[2] $f(0) = 1, 2(1+x)f'(x) = -f(x)$ を満たす関数 $f(x)$ の Maclaurin 展開の 5 次以下の項を求めるよ. ただし, 係数は既約分数にすること. 必要ならば, $n \in \mathbb{N}$ に対して

$$2(1+x)f^{(n+1)}(x) + (2n+1)f^{(n)}(x) = 0$$

が成り立つことを用いてよい.

[3] 次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$$

$$(2) \int_{-1}^{\sqrt{3}} 2x \arctan x dx$$

[4] (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C, D の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-15x - 6}{(x+1)(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 2x + 4}$$

$$(2) \int \frac{-15x - 6}{(x+1)(x-2)(x^2 + 2x + 4)} dx \text{ を求めよ.}$$

解答用紙の裏面使用可

1) $\tan \frac{x}{2} = t$ とおくことにより , $\int \frac{1}{5 + 4 \cos x} dx$ を求めよ .

2) $\sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x = t$ とおくことにより , $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{4x^2+x+1}} dx$ を求めよ .

3) $f(x, y) = x^3 + xy^2 + 2x^2 + y^2$ について , 次の間に答えよ .

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ .

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ .

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする .

4) 次の積分を求めよ .

(1) $\int_0^1 \left\{ \int_{x^2+1}^{x+1} (x^2 + 2y) dy \right\} dx$

(2) $\int_2^6 \left(\int_1^{x^2} \frac{x}{y^2} dy \right) dx$

(3) $\int_1^2 \left(\int_{e^x}^{e^2} \frac{\log x}{y} dy \right) dx$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{y^2 + 1}{(x+1)^3} dy \right\} dx$ (順序変更)

(5) $\int \int_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$ ($D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$)