

解答用紙の裏面使用可

[1] (1) ~ (3) は値を求め, (4) は微分し, (5) は証明せよ. (1) ~ (4) は答のみでよい.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow +0} (\sin x)^{\frac{1}{\log x}}$

(3)  $\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{3}{11}$

(4)  $\arccos \sqrt{1 - x^2}$

(5)  $\arctan \frac{2x}{1 - x^2} + 2 \arctan \frac{1}{x} = \pi \quad (0 < x < 1)$

[2]  $f(0) = 1, 2(1+x)f'(x) = f(x)$  を満たす関数  $f(x)$  の Maclaurin 展開の 5 次以下の項を求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること. 必要ならば,  $n \in \mathbb{N}$  に対して

$$2(1+x)f^{(n+1)}(x) + (2n-1)f^{(n)}(x) = 0$$

が成り立つことを用いてよい.

[3] 次の定積分を求めよ.

(1)  $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \arcsin x dx$

(2)  $\int_{-\sqrt{3}}^1 2x \arctan x dx$

[4] (1) 次の等式が成り立つような定数  $A, B, C, D$  の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-10x^2 + 5x + 48}{(x-2)(x-3)(x^2 + 4x + 6)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3} + \frac{Cx+D}{x^2 + 4x + 6}$$

(2)  $\int \frac{-10x^2 + 5x + 48}{(x-2)(x-3)(x^2 + 4x + 6)} dx$  を求めよ.

解答用紙の裏面使用可

1  $\tan \frac{x}{2} = t$  とおくことにより,  $\int \frac{1}{4 - 5 \sin x} dx$  を求めよ.

2  $\sqrt{x^2 + 3x - 1} + x = t$  とおくことにより,  $\int \frac{1}{x \sqrt{x^2 + 3x - 1}} dx$  を求めよ.

3  $f(x, y) = x^2y - x^2 + y^3 - 2y^2$  について, 次の間に答えよ.

(1)  $f(x, y)$  の停留点を求めよ.

(2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$  のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし  $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$  とする.

4 次の積分を求めよ.

$$(1) \int_{-1}^2 \left( \int_x^{x+1} y^2 dy \right) dx$$

$$(2) \int_1^2 \left( \int_{\frac{1}{x}}^x xy dy \right) dx$$

$$(3) \int_0^1 \left\{ \int_0^{x^2} \frac{x^2 + 1}{(y + 1)^3} dy \right\} dx$$

$$(4) \int_1^2 \left( \int_{\frac{1}{x}}^1 y^2 e^{xy} dy \right) dx \quad (\text{順序変更})$$

$$(5) \int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy \quad (D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0)$$