

解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) ~ (3) は値を求め, (4) は微分し, (5) は証明せよ. (1) ~ (4) は答のみでよい.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +0} (\sin x)^{\frac{1}{\log x}}$$

$$(3) \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{3}{11}$$

$$(4) \arccos \sqrt{1 - x^2}$$

$$(5) \arctan \frac{2x}{1 - x^2} + 2 \arctan \frac{1}{x} = \pi \quad (0 < x < 1)$$

- 2 $f(0) = 1$, $2(1+x)f'(x) = f(x)$ を満たす関数 $f(x)$ の マクローリン Maclaurin 展開の 5 次以下の項を求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること. 必要ならば, $n \in \mathbb{N}$ に対して

$$2(1+x)f^{(n+1)}(x) + (2n-1)f^{(n)}(x) = 0$$

が成り立つことを用いてよい.

- 3 次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \arcsin x dx$$

$$(2) \int_{-\sqrt{3}}^1 2x \arctan x dx$$

- 4 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C, D の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-10x^2 + 5x + 48}{(x-2)(x-3)(x^2+4x+6)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3} + \frac{Cx+D}{x^2+4x+6}$$

$$(2) \int \frac{-10x^2 + 5x + 48}{(x-2)(x-3)(x^2+4x+6)} dx \text{ を求めよ.}$$

解答用紙の裏面使用可

1 $\tan \frac{x}{2} = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{4 - 5 \sin x} dx$ を求めよ.

2 $\sqrt{x^2 + 3x - 1} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 3x - 1}} dx$ を求めよ.

3 $f(x, y) = x^2y - x^2 + y^3 - 2y^2$ について, 次の問に答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

4 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-1}^2 \left(\int_x^{x+1} y^2 dy \right) dx$

(2) $\int_1^2 \left(\int_{\frac{1}{x}}^x xy dy \right) dx$

(3) $\int_0^1 \left\{ \int_0^{x^2} \frac{x^2 + 1}{(y + 1)^3} dy \right\} dx$

(4) $\int_1^2 \left(\int_{\frac{1}{x}}^1 y^2 e^{xy} dy \right) dx$ (順序変更)

(5) $\int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy \quad (D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0)$