

解答用紙の裏面使用可

[1] (1) ~ (3) は値を求め, (4) は微分し, (5) は証明せよ. (1) ~ (4) は答のみでよい.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

(2) $\lim_{x \rightarrow +0} (\sin x)^{\frac{1}{\log x}}$

(3) $\arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{2}{7} + \arctan \frac{8}{25}$

(4) $\arcsin \sqrt{1 - x^2}$

(5) $2 \arctan x + \arctan \frac{2x}{x^2 - 1} = \pi \quad (x > 1)$

[2] $f(0) = 1, 3(1+x)f'(x) = f(x)$ を満たす関数 $f(x)$ の Maclaurin 展開の 5 次以下の項を求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること. 必要ならば, $n \in \mathbb{N}$ に対して

$$3(1+x)f^{(n+1)}(x) + (3n-1)f^{(n)}(x) = 0$$

が成り立つことを用いてよい.

[3] 次の定積分を求めよ.

(1) $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$

(2) $\int_{-1}^{\sqrt{3}} (3x^2 + 1)(\arctan x)^2 dx$

[4] (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C, D の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-10x^2 - 15x + 43}{(x-1)(x-2)(x^2 + 6x + 11)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{x^2 + 6x + 11}$$

(2) $\int \frac{-10x^2 - 15x + 43}{(x-1)(x-2)(x^2 + 6x + 11)} dx$ を求めよ.

解答用紙の裏面使用可

1 $\tan \frac{x}{2} = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{4 - 5 \sin x} dx$ を求めよ.

2 $\sqrt{x^2 - 3x - 3} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{x \sqrt{x^2 - 3x - 3}} dx$ を求めよ.

3 $f(x, y) = x^2 - x^2y + 2y^2 - y^3$ について, 次の間に答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b)$: 極小値

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b)$: 極大値

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b)$: 極値でない

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

4 次の積分を求めよ.

$$(1) \int_0^1 \left(\int_{1-x}^1 x^3 y dy \right) dx$$

$$(2) \int_1^2 \left\{ \int_0^{-x+2} \frac{1}{(x+y+3)^2} dy \right\} dx$$

$$(3) \int_1^2 \left(\int_1^x \log \frac{x}{y} dy \right) dx$$

$$(4) \int_0^4 \left(\int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{\sqrt{y^3 + 1}} dy \right) dx \quad (\text{順序変更})$$

$$(5) \int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} dxdy \quad (D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0)$$