

解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ．

$$(1) \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$(2) \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

$$(3) \log(x + \sqrt{x^2 + 3})$$

$$(4) \arctan \frac{1 + 3x}{3 - x}$$

$$(5) \arctan \sqrt{\frac{3x + 4}{2x - 3}}$$

$$(6) \arcsin \sqrt{1 - x^2}$$

2 $f(x) = (2x^3 + 3x^2 + 4x + 4)e^{-x}$ の増減を調べ、極値を求めよ．

3 次の関数の Maclaurin ^{マクローリン} 展開を 5 次以下の項まで求めよ．ただし、係数は既約分数にすること．

$$(1) (5 - 3x + 2x^2)e^x$$

$$(2) \frac{\arctan x}{\sqrt{1 - x}}$$

必要ならば、次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ。(1) は答のみでよい。

$$\frac{11x - 9}{(x + 3)(x^2 - 2x + 6)} = \frac{A}{x + 3} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 6}$$

- (2) $\int \frac{11x - 9}{(x + 3)(x^2 - 2x + 6)} dx$ を求めよ。

- 2 $\sqrt{x^2 + 4x + 13} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 13}} dx$ を求めよ。

- 3 $f(x, y) = x^4 + 2y^2 - 4xy - 4x + 4y$ について, 次の問いに答えよ。

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ。(1) は答のみでよい。

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする。

- 4 次の積分を求めよ。

(1) $\int_{-\sqrt{3}}^1 \arctan x dx$

(2) $\int_0^1 \left\{ \int_0^{x^2} (x - y) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^3 \left(\int_x^{x^3} \frac{x^2}{y^2} dy \right) dx$

(4) $\int_2^3 \left(\int_{\frac{2}{x}}^1 x^2 e^{xy} dy \right) dx$

(5) $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{\sqrt{y^3 + 4}} dy \right) dx$ (順序変更)