2011 年度 A 科 2 組　前期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$　(1) と (2) は極限値を求め，(3) と (4) は微分せよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{x^2}{\tan^4 x}\right)$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}$

(3) $\displaystyle\arctan\sqrt{\frac{5x+1}{2x-3}}$　　(4) $\displaystyle\arcsin\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$\boxed{2}$　次の関数の Maclaurin（マクローリン）展開を 5 次以下の項まで求めよ．ただし，**係数は既約分数**にすること．

(1) $\displaystyle\frac{\arctan x}{\sqrt{1-x}}$　　(2) $\displaystyle\log\left(1+x+\frac{x^2}{2}\right)$

※必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$\arctan x = x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\cdots \quad (-1\leqq x\leqq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\cdots \quad (-1<x<1)$$

$$\log(1+x) = x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\cdots \quad (-1<x\leqq 1)$$

$\boxed{3}$　次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int(5\sin 3x-2\cos x)^2dx$　　(2) $\displaystyle\int\arctan x\,dx$

(3) $\displaystyle\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{0}\arcsin x\,dx$　　(4) $\displaystyle\int_{-1}^{\sqrt{3}}2x\arctan x\,dx$

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

$$\frac{-x^2-15x-53}{(x-1)(x^2+6x+16)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+16}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-x^2-15x-53}{(x-1)(x^2+6x+16)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\sqrt{x^2+5x+1}+x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+5x+1}}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=3x^3+xy^2-9x^2-y^2-6xy+9x+6y$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極大値
$H(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

$\boxed{4}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_2^{\infty}(x+2)e^{-2x}dx$

(2) $\displaystyle\int_0^1\left\{\int_0^{x^2}(x^2-3xy^2)dy\right\}dx$

(3) $\displaystyle\int_1^2\left(\int_1^x \log\frac{x}{y}dy\right)dx$

(4) $\displaystyle\int_0^1\left(\int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{\sqrt{y^3+4}}dy\right)dx$　（順序変更）

(5) $\displaystyle\iint_D (x-y)dxdy \qquad (D: x \leqq x^2+y^2 \leqq 1,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0)$