

解答用紙の裏面使用可

1 (1) と (2) は極限値を求め、(3) と (4) は微分せよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\sin^4 x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$(3) \arctan \sqrt{\frac{x-3}{2x+1}}$$

$$(4) \arccos \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

2 次の関数の Maclaurin 展開を 5 次以下の項まで求めよ。ただし、係数は既約分数にすること。

$$(1) \frac{\arctan x}{\sqrt{1+x}}$$

$$(2) e^{x-x^2}$$

必要ならば、次の Maclaurin 展開を用いてよい。

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x < 1)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \dots \quad (x \in \mathbb{R})$$

3 次の積分を求めよ。

$$(1) \int (2 \sin 5x - 3 \cos 2x)^2 dx$$

$$(2) \int \arctan x dx$$

$$(3) \int_{-\frac{1}{2}}^0 \arcsin x dx$$

$$(4) \int_{-1}^{\sqrt{3}} 2x \arctan x dx$$

解答用紙の裏面使用可

[1] (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ . (1) は答のみでよい .

$$\frac{x^2 + 3x - 1}{(x+2)(x^2 + 4x + 7)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2 + 4x + 7}$$

(2) $\int \frac{x^2 + 3x - 1}{(x+2)(x^2 + 4x + 7)} dx$ を求めよ .

[2] $\sqrt{x^2 - 3x + 1} + x = t$ とおくことにより , $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 3x + 1}} dx$ を求めよ .

[3] $f(x, y) = x^3 + xy^2 + 6x^2 + 3y^2$ について , 次の問い合わせに答えよ .

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ . (1) は答のみでよい .

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ .

$f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする .

[4] 次の積分を求めよ .

$$(1) \int_1^\infty (x+1)e^{-3x} dx$$

$$(2) \int_0^1 \left\{ \int_0^{x^2} (2x^2 - 5xy^2) dy \right\} dx$$

$$(3) \int_1^3 \left(\int_1^x \log \frac{x}{y} dy \right) dx$$

$$(4) \int_0^1 \left(\int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{y^3 + 3} dy \right) dx \quad (\text{順序変更})$$

$$(5) \int \int_D (x+y) dxdy \quad (D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0)$$