

科目名	数学A	対象	IA-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 25 年 1 月 23 日 (水)	3 回目			担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記のみ参照・持込可 ()							

2012 年度 A 科 1 組 後期試験

※解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-2x^2 + 35x - 81}{(x+3)(x^2 - 8x + 18)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2 - 8x + 18}$$

- (2) $\int \frac{-2x^2 + 35x - 81}{(x+3)(x^2 - 8x + 18)} dx$ を求めよ.

- 2 $\sqrt{x^2 + 6x + 15} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 15}} dx$ を求めよ.

- 3 $f(x, y) = x^3 - x^2y + 2xy - 2y^2$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

※ $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

- 4 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{5}}} 2x \arctan x dx$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_0^{x^2} (2x - y) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^2 \left(\int_x^3 \frac{x}{y^3} dy \right) dx$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (3x + 1)e^{3y} dy \right\} dx$

(5) $\int_0^1 \left(\int_{2\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3 + 1} dy \right) dx$ (順序変更)

20 10 20 50

東京理科大学 平成 年 月 日 試験 答案

科目名		担当	先生	評点
理学部	1	氏名	A-1	
工学部	2	部 学科 年 番		

$$[1] (1) -2x^2 + 35x - 81 = A(x^2 - 8x + 18) + (Bx + C)(x + 3)$$

$$\cdot x = -3 \dots -204 = 51A \quad \therefore A = -4$$

$$\cdot x = 0 \dots -81 = 18A + 3C, \quad -27 = -24 + C \quad \therefore C = -3$$

$$\cdot x = 1 \dots -48 = 11A + 4(B + C), \quad -48 = -44 + 4(B - 3) \quad \therefore B = 2$$

$$(A, B, C) = (-4, 2, -3)$$

$$(2) \int \frac{1}{x^2 - 8x + 18} dx = \int \left(-\frac{4}{x+3} + \frac{2x-3}{x^2 - 8x + 18} \right) dx = \int \left\{ -\frac{4}{x+3} + \frac{(2x-8)+5}{x^2 - 8x + 18} \right\} dx = \int \left\{ -\frac{4}{x+3} + \frac{2x-8}{x^2 - 8x + 18} + \frac{5}{(\sqrt{2})^2 + (x-4)^2} \right\} dx$$

$$= -4 \log |x+3| + \log(x^2 - 8x + 18) + \frac{5}{\sqrt{2}} \arctan \frac{x-4}{\sqrt{2}}$$

$$[2] \sqrt{\quad} + x = t \quad \therefore \sqrt{\quad} = t - x$$

$$\text{両辺 2乗して} \quad x^2 + 6x + 15 = t^2 - 2tx + x^2$$

$$\therefore x = \frac{t^2 - 15}{2(t+3)} \quad (2)$$

$$\text{また} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2t \cdot (t+3) - (t^2 - 15) \cdot 1}{(t+3)^2} = \frac{t^2 + 6t + 15}{2(t+3)^2} \quad (2)$$

$$\text{さらに} \quad \sqrt{\quad} = t - \frac{t^2 - 15}{2(t+3)} = \frac{t^2 + 6t + 15}{2(t+3)} \quad (1)$$

$$\therefore \int \frac{1}{\frac{t^2 + 6t + 15}{2(t+3)}} \cdot \frac{t^2 + 6t + 15}{2(t+3)^2} dt = \int \frac{1}{t+3} dt = \log |t+3|$$

$$[3] (1) \begin{cases} f_x = 3x^2 - 2xy + 2y = 0 & \text{--- ①} \\ f_y = -x^2 + 2x - 4y = 0 & \text{--- ②} \end{cases}$$

$$\text{②より} \quad y = \frac{-x^2 + 2x}{4}$$

$$\text{①へ代入} \quad 3x^2 - 2x \cdot \frac{-x^2 + 2x}{4} + 2 \cdot \frac{-x^2 + 2x}{4} = 0$$

$$6x^2 + x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x = 0$$

$$x^3 + 3x^2 + 2x = 0$$

$$x(x+1)(x+2) = 0 \quad \therefore x = 0, -1, -2$$

$$x = 0 \text{ のとき, ②より } y = 0$$

$$x = -1 \text{ のとき, ②より } y = -\frac{3}{4}$$

$$x = -2 \text{ のとき, ②より } y = -2$$

$$\text{よって, 停留点は } (0, 0), (-1, -\frac{3}{4}), (-2, -2)$$

$$(2) f_{xx} = 6x - 2y, \quad f_{yy} = -4, \quad f_{xy} = -2x + 2$$

$$H = (6x - 2y) \cdot (-4) - (-2x + 2)^2 = -4 \{ 2(3x - y) + (x - 1)^2 \}$$

$$\cdot H(0, 0) = -4 < 0 \quad \therefore f(0, 0) \text{ は局所的な極小値}$$

$$\cdot H(-1, -\frac{3}{4}) = -4 \cdot (-\frac{1}{2}) = 2 > 0, \quad f_{xx}(-1, -\frac{3}{4}) = -\frac{9}{2} < 0 \quad \therefore f(-1, -\frac{3}{4}) = \frac{1}{8} \quad \text{局所的な極大値}$$

$$\cdot H(-2, -2) = -4 \cdot 1 < 0 \quad \therefore f(-2, -2) \text{ は局所的な極小値}$$

4 (1) $\int_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} 2x \arctan x \, dx = \left[(x^2+1) \arctan x - x \right]_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \left\{ \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{6} - 2 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right) \right\} - \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} - (-1) \right\}$

$\arctan x$
 $\frac{1}{1+x^2}$

$= \frac{13}{18} \pi - \frac{1}{\sqrt{3}} - 1$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_0^{x^2} (2x-y) \, dy \right\} dx = \int_{-1}^2 \left[2xy - \frac{y^2}{2} \right]_{y=0}^{y=x^2} dx = \int_{-1}^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} \right) dx = \left[\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} \right]_{-1}^2$

$= \frac{1}{2} (16-1) - \frac{1}{10} \{32 - (-1)\} = \frac{21}{5}$

(3) $\int_1^2 \left(\int_x^3 \frac{x}{y^3} \, dy \right) dx = \int_1^2 \left[\frac{x}{-2y^2} \right]_{y=x}^{y=3} dx = \int_1^2 -\frac{x}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{x^2} \right) dx = -\frac{1}{2} \int_1^2 \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{x} \right) dx$

$= -\frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{18} - \log|x| \right]_1^2 = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{18} (4-1) - (\log 2 - 0) \right\} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} - \log 2 \right) = \frac{1}{2} \log 2 - \frac{1}{12}$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (3x+1) e^{3y} \, dy \right\} dx = \int_0^1 \left[\frac{1}{3} (3x+1) e^{3y} \right]_{y=0}^{y=x} dx = \int_0^1 \frac{1}{3} (3x+1) (e^{3x} - 1) dx$

$= \frac{1}{3} \int_0^1 \left\{ (3x+1) e^{3x} - 3x - 1 \right\} dx = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3} (3x+1) e^{3x} - \frac{1}{3} e^{3x} - \frac{3}{2} x^2 - x \right]_0^1$

$= \frac{1}{3} \left\{ (1 \cdot e^3 - 0 \cdot 1) - \frac{3}{2} - 1 \right\} = \frac{1}{3} \left(e^3 - \frac{5}{2} \right) = \frac{e^3}{3} - \frac{5}{6}$

(5) $\int_0^1 \left(\int_{2\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3+1} \, dy \right) dx = \int_0^2 \left(\int_0^{\frac{y^2}{4}} \sqrt{y^3+1} \, dx \right) dy = \int_0^2 \left[x \sqrt{y^3+1} \right]_{x=0}^{x=\frac{y^2}{4}} dy$

$= \int_0^2 \frac{y^2}{4} \sqrt{y^3+1} \, dy = \frac{1}{12} \int_0^2 (y^3+1)^{\frac{1}{2}} \cdot 3y^2 \, dy = \frac{1}{12} \left[\frac{2}{3} (y^3+1)^{\frac{3}{2}} \right]_0^2$

$= \frac{1}{18} (27-1) = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$

(1) $\frac{13}{18} \pi - \frac{1}{\sqrt{3}} - 1$

$\textcircled{4} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{2}$

(2) $\frac{21}{5}$

$\textcircled{10}$

(3) $\frac{1}{2} \log 2 - \frac{1}{12}$

$\textcircled{5} \quad \textcircled{5}$

(4) $\frac{e^3}{3} - \frac{5}{6}$

$\textcircled{5} \quad \textcircled{5}$

(5) $\int_0^2 \left(\int_0^{\frac{y^2}{4}} \sqrt{\quad} \, dx \right) dy$

$\textcircled{3} \quad \frac{13}{9} \textcircled{10}$