

科目名	数学A	対象	1A-1	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評 点
平成 24 年 8 月 1 日 (水) 3 回目 (~ 時限目)				担当	石川 学	学 年		氏 名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 予記の参考・持込可 ()							

2012 年度 A 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

① 次の関数を微分せよ.

(1) $\frac{-4x^2 + 7x + 1}{x^2 + x + 1}$

(2) $\sin 9x \cos 2x$

(3) $\frac{\sin x}{1 - \cos x}$

(4) $\frac{xe^x}{e^x + 3}$

(5) $\log(x + \sqrt{x^2 + 5})$

(6) $\arctan \frac{4 + 5x}{5 - 4x}$

(7) $\arctan \sqrt{\frac{7x - 9}{2x + 1}}$

(8) $\arccos \sqrt{1 - x^2}$

② 次の問いに答えよ.

(1) $\arctan \frac{3}{4} = \alpha$, $\arctan \frac{5}{12} = \beta$ のとき, $\tan(\alpha + \beta)$ と $\cos(\alpha - \beta)$ の値を求めよ.

(2) $f(x) = x \arcsin x$ のとき, $(1 - x^2)f''(x) - xf'(x) + f(x)$ を簡単にせよ.

③ 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開を 5 次以下の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $(-1 - x + 2x^2)e^x$

(2) $\frac{\sin x}{\sqrt{1 + x}}$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

50 20 30

東京理科大学 平成 年 月 日 試験 答案

科目名		担当	先生	評点
理学部	1	氏名	A-1	
工学部	2	学科		
		年		
		番		

$$(1) \left(\frac{-4x^2+7x+1}{x^2+x+1} \right)' = \frac{(-8x+7) \cdot (x^2+x+1) - (-4x^2+7x+1) \cdot (2x+1)}{(x^2+x+1)^2} = \frac{-11x^2-10x+6}{(x^2+x+1)^2}$$

$$(2) (\sin 9x \cos 2x)' = 9 \cos 9x \cdot \cos 2x + \sin 9x \cdot (-2 \sin 2x) = 9 \cos 9x \cos 2x - 2 \sin 9x \sin 2x$$

$$(3) \left(\frac{\sin x}{1-\cos x} \right)' = \frac{\cos x \cdot (1-\cos x) - \sin x \cdot \sin x}{(1-\cos x)^2} = \frac{-1+\cos x}{(1-\cos x)^2} = \frac{-1}{1-\cos x}$$

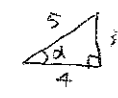
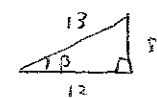
$$(4) \left(\frac{x e^x}{e^x+3} \right)' = \frac{(1 \cdot e^x + x \cdot e^x) \cdot (e^x+3) - x e^x \cdot e^x}{(e^x+3)^2} = \frac{e^{2x}+3x e^x+3e^x}{(e^x+3)^2} \left(= \frac{e^x(e^x+3x+3)}{(e^x+3)^2} \right)$$

$$(5) \left\{ \log(x+\sqrt{x^2+5}) \right\}' = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+5}} \cdot \left(1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}} \right) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+5}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+5}+x}{\sqrt{x^2+5}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$$

$$(6) \left(\arctan \frac{4+5x}{5-4x} \right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{4+5x}{5-4x}\right)^2} \cdot \frac{5 \cdot (5-4x) - (4+5x) \cdot (-4)}{(5-4x)^2} = \frac{(5-4x)^2}{41(1+x^2)} \cdot \frac{41}{(5-4x)^2} = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(7) \left(\arctan \sqrt{\frac{2x-9}{2x+1}} \right)' = \frac{1}{1+\frac{2x-9}{2x+1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-9}{2x+1}}} \cdot \frac{7 \cdot (2x+1) - (2x-9) \cdot 2}{(2x+1)^2} = \frac{2x+1}{9x-8} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-9}{2x+1}}} \cdot \frac{25}{(2x+1)^2} = \frac{25}{2(9x-8)(2x+1)\sqrt{2x-9}}$$

$$(8) (\arccos \sqrt{1-x^2})' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-x^2)}} \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{x}{x\sqrt{1-x^2}}$$

2 (1) $\arctan \frac{3}{4} = \alpha, \arctan \frac{5}{12} = \beta$ (5) $\tan \alpha = \frac{3}{4}, \tan \beta = \frac{5}{12}$ ($0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$)  
 $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \beta = \frac{12}{13}, \sin \beta = \frac{5}{13}$
 5.2. $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12}} = \frac{36+20}{48-15} = \frac{56}{33}$
 $\cos(\alpha-\beta) = \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{48+15}{5 \cdot 13} = \frac{63}{65}$

(2) $f(x) = x \arcsin x$ 2

$$f'(x) = 1 \cdot \arcsin x + x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sqrt{1-x^2} f'(x) = \sqrt{1-x^2} \arcsin x + x$$

5.2.2

$$\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot f'(x) + \sqrt{1-x^2} \cdot f''(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + 1$$

$$-x f'(x) + (1-x^2) f''(x) = -f(x) + 2\sqrt{1-x^2}$$

$$\therefore (1-x^2) f'' - x f'(x) + f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$$

(1) $\frac{-11x^2-10x+6}{(x^2+x+1)^2}$ (5) 分母展開 (4)

(2) $9 \cos 9x \cos 2x - 2 \sin 9x \sin 2x$ (5)

(3) $\frac{-1}{1-\cos x}$ (5) 部分積 (4) 約分 (3)

(4) $\frac{e^{2x}+3x e^x+3e^x}{(e^x+3)^2} \left(= \frac{e^x(e^x+3x+3)}{(e^x+3)^2} \right)$ (5)

(5) $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ (5) 部分積 (4)

(6) $\frac{1}{1+x^2}$ (5)

(7) $\frac{25}{2(9x-8)(2x+1)\sqrt{2x-9}}$ (10) 部分積 (4) 約分 (3)

(8) $\frac{x}{14\sqrt{1-x^2}}$ (10) 部分積 (4) 約分 (3)

2 (1) $\tan(\alpha+\beta) = \frac{56}{33}$ (5)

$\cos(\alpha-\beta) = \frac{63}{65}$ (5)

(2) $2\sqrt{1-x^2}$ (10)

$$\begin{aligned}
 \boxed{3} \quad (1) \quad (-1-x+2x^2)e^x &= (-1-x+2x^2) \left(1+x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{120}x^5+\dots \right) \\
 &= -1 -x -\frac{1}{2}x^2 -\frac{1}{6}x^3 -\frac{1}{24}x^4 -\frac{1}{120}x^5 - \dots \\
 &\quad -x -x^2 -\frac{1}{2}x^3 -\frac{1}{6}x^4 -\frac{1}{24}x^5 - \dots \\
 &\quad +2x^2 +2x^3 +x^4 +\frac{1}{3}x^5 + \dots \\
 &= -1 -2x +\frac{1}{2}x^2 +\frac{4}{3}x^3 +\frac{19}{24}x^4 +\frac{17}{60}x^5 + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}} &= \left(x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \dots \right) \left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \right) \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots \\
 &\quad - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{16}x^5 + \dots \\
 &\quad + \frac{1}{120}x^5 - \dots \\
 &= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^3 - \frac{11}{48}x^4 + \frac{421}{1920}x^5 + \dots
 \end{aligned}$$