

## ※解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ.

$$(1) \frac{-4x^2 + 7x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$(2) \sin 9x \cos 2x$$

$$(3) \frac{\sin x}{1 - \cos x}$$

$$(4) \frac{xe^x}{e^x + 3}$$

$$(5) \log(x + \sqrt{x^2 + 5})$$

$$(6) \arctan \frac{4 + 5x}{5 - 4x}$$

$$(7) \arctan \sqrt{\frac{7x - 9}{2x + 1}}$$

$$(8) \arccos \sqrt{1 - x^2}$$

2 次の問いに答えよ.

$$(1) \arctan \frac{3}{4} = \alpha, \arctan \frac{5}{12} = \beta \text{ のとき, } \tan(\alpha + \beta) \text{ と } \cos(\alpha - \beta) \text{ の値を求めよ.}$$

$$(2) f(x) = x \arcsin x \text{ のとき, } (1 - x^2)f''(x) - xf'(x) + f(x) \text{ を簡単にせよ.}$$

3 次の関数の  $\text{マクローリン}$  Maclaurin 展開を 5 次以下の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

$$(1) (-1 - x + 2x^2)e^x$$

$$(2) \frac{\sin x}{\sqrt{1 + x}}$$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

## ※解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数  $A, B, C$  の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-2x^2 + 35x - 81}{(x+3)(x^2 - 8x + 18)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2 - 8x + 18}$$

- (2)  $\int \frac{-2x^2 + 35x - 81}{(x+3)(x^2 - 8x + 18)} dx$  を求めよ.

- 2  $\sqrt{x^2 + 6x + 15} + x = t$  とおくことにより,  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 15}} dx$  を求めよ.

- 3  $f(x, y) = x^3 - x^2y + 2xy - 2y^2$  について, 次の問いに答えよ.

(1)  $f(x, y)$  の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.

(2)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

※  $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$  のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし  $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$  とする.

- 4 次の積分を求めよ.

(1)  $\int_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} 2x \arctan x dx$

(2)  $\int_{-1}^2 \left\{ \int_0^{x^2} (2x - y) dy \right\} dx$

(3)  $\int_1^2 \left( \int_x^3 \frac{x}{y^3} dy \right) dx$

(4)  $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (3x + 1)e^{3y} dy \right\} dx$

(5)  $\int_0^1 \left( \int_{2\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3 + 1} dy \right) dx$  (順序変更)