

※解答用紙の裏面使用可

[1] 次の関数を微分せよ.

(1)
$$\frac{-4x^2 + 7x + 1}{x^2 + x + 1}$$

(2)
$$\sin 9x \cos 2x$$

(3)
$$\frac{\sin x}{1 - \cos x}$$

(4)
$$\frac{xe^x}{e^x + 3}$$

(5)
$$\log(x + \sqrt{x^2 + 5})$$

(6)
$$\arctan \frac{4 + 5x}{5 - 4x}$$

(7)
$$\arctan \sqrt{\frac{7x - 9}{2x + 1}}$$

(8)
$$\arccos \sqrt{1 - x^2}$$

[2] 次の問い合わせよ.

(1) $\arctan \frac{3}{4} = \alpha, \arctan \frac{5}{12} = \beta$ のとき, $\tan(\alpha + \beta)$ と $\cos(\alpha - \beta)$ の値を求めよ.

(2) $f(x) = x \arcsin x$ のとき, $(1 - x^2)f''(x) - xf'(x) + f(x)$ を簡単にせよ.

[3] 次の関数の マクローリン 展開を 5 次以下の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $(-1 - x + 2x^2)e^x$

(2) $\frac{\sin x}{\sqrt{1 + x}}$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \dots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \dots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x < 1)$$

※解答用紙の裏面使用可

[1] (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-2x^2 + 35x - 81}{(x+3)(x^2 - 8x + 18)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx + C}{x^2 - 8x + 18}$$

(2) $\int \frac{-2x^2 + 35x - 81}{(x+3)(x^2 - 8x + 18)} dx$ を求めよ.[2] $\sqrt{x^2 + 6x + 15} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 15}} dx$ を求めよ.[3] $f(x, y) = x^3 - x^2y + 2xy - 2y^2$ について, 次の問い合わせに答えよ.(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.※ $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき $H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) :$ 極小値 $H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) :$ 極大値 $H(a, b) < 0 \implies f(a, b) :$ 極値でないただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

[4] 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} 2x \arctan x dx$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_0^{x^2} (2x - y) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^2 \left(\int_x^3 \frac{x}{y^3} dy \right) dx$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (3x + 1)e^{3y} dy \right\} dx$

(5) $\int_0^1 \left(\int_{2\sqrt{x}}^2 \sqrt{y^3 + 1} dy \right) dx$ (順序変更)