

科目名	数学A	対象	1A-2	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 24 年 8 月 1 日 (水) 2 回目 (~ 時限目)			担当	石川 学		学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 予記のみ参照持込可 ()							

2012 年度 A 科 2 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) ~ (4) は微分し, (5) は極限値を求めよ.

(1) $\frac{x^2 - 4x + 7}{2x^2 - x + 3}$

(2) $\log(-x + \sqrt{x^2 + 5})$

(3) $\arctan \sqrt{\frac{3x-4}{7x+5}}$

(4) $\arccos \sqrt{1-x^2}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right)$

2 次の関数の ^{マクローリン} Maclaurin 展開をかつこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1+x+x^2}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \dots \quad (x \in \mathbb{R})$

$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots \quad (-1 < x < 1)$

$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$

3 次の積分を求めよ.

(1) $\int \left(3 - \frac{2}{x} \right) \left(5x^2 - 1 + \frac{4}{x} \right) dx$

(2) $\int \frac{(e^{3x} - e^{-x})^2}{e^{5x}} dx$

(3) $\int (2 \sin 9x - 3 \cos 2x)^2 dx$

40 30 B5

東京理科大学 平成 年 月 日 試験 答案

評 点

科目名		担当 先生		
該当学部 を む	理学部	1	部	学科 年 番
	工学部	2		
		氏 名 A-2		

$$\boxed{1} \quad (1) \quad \left(\frac{x^2-4x+7}{2x^2-x+3} \right)' = \frac{(2x-4) \cdot (2x^2-x+3) - (x^2-4x+7) \cdot (4x-1)}{(2x^2-x+3)^2} = \frac{7x^2-22x-5}{(2x^2-x+3)^2} \quad \textcircled{5} \text{ 分母展開 } \triangle$$

$$(2) \quad \left\{ \log(-x+\sqrt{x^2+5}) \right\}' = \frac{1}{-x+\sqrt{x^2+5}} \cdot (-1+\frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}) = \frac{1}{-x+\sqrt{x^2+5}} \cdot \frac{-\sqrt{x^2+5}+x}{\sqrt{x^2+5}} = \frac{-1}{\sqrt{x^2+5}} \quad \textcircled{5} \text{ 約分 } \triangle$$

$$(3) \quad \left(\arctan \sqrt{\frac{3x-4}{7x+5}} \right)' = \frac{1}{1+\frac{3x-4}{7x+5}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x-4}{7x+5}}} \cdot \frac{3 \cdot (7x+5) - (3x-4) \cdot 7}{(7x+5)^2} = \frac{7x+5}{10x+1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x-4}{7x+5}}} \cdot \frac{43}{(7x+5)^2} = \frac{43}{2(10x+1)(7x+5)\sqrt{3x-4}}$$

$$(4) \quad (\arccos \sqrt{1-x^2})' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-x^2)}} \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{x}} = \frac{x}{|x|\sqrt{1-x^2}} \quad \textcircled{10} \text{ 絶対値 } \triangle \text{ 符号 } \triangle$$

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^2 \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \frac{\sin x - x}{x^3} = 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{3x^2} = -\frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{x^2} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \quad \textcircled{10} \text{ 符号 } \triangle$$

$$\boxed{2} \quad (1) \quad \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}} = (x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \dots) (1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \dots)$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 - \dots$$

$$= x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^3 - \frac{11}{48}x^4 + \frac{421}{1920}x^5 + \dots$$

$$(2) \quad \sqrt{1+x^2} = 1 + \frac{1}{2}(x+x^2) - \frac{1}{8}(x+x^2)^2 + \frac{1}{16}(x+x^2)^3 - \frac{5}{128}(x+x^2)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(x+x^2) - \frac{1}{8}(x^2+2x^3+x^4) + \frac{1}{16}(x^3+3x^4+3x^5+x^6) - \frac{5}{128}(x^4+4x^5+6x^6+4x^7+x^8) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{128}x^4 + \dots \quad \text{符号, 各半}$$

$$\boxed{3} \quad (1) \quad \int (3 - \frac{2}{x})(5x^2 - 1 + \frac{4}{x}) dx = \int (15x^2 - 10x - 3 + \frac{14}{x} - \frac{6}{x^2}) dx = 5x^3 - 5x^2 - 3x + 14 \log|x| + \frac{6}{x} \quad \textcircled{2} \textcircled{2} \textcircled{2} \textcircled{2} \textcircled{2}$$

$$(2) \quad \int \frac{(e^{3x} - e^{-x})^2}{e^{5x}} dx = \int \frac{e^{6x} - 2e^{2x} + e^{-2x}}{e^{5x}} dx = \int (e^x - 2e^{-3x} + e^{-7x}) dx = e^x + \frac{2}{3}e^{-3x} - \frac{1}{7}e^{-7x} \quad \textcircled{2} \textcircled{4} \textcircled{4}$$

$$(3) \quad \int (2\sin 9x - 3\cos 2x)^2 dx = \int (4\sin^2 9x - 12\sin 9x \cos 2x + 9\cos^2 2x) dx$$

$$= \int \left\{ 4 \cdot \frac{1-\cos 18x}{2} - 12 \cdot \frac{1}{2}(\sin 11x + \sin 7x) + 9 \cdot \frac{1+\cos 4x}{2} \right\} dx$$

$$= 2(x - \frac{1}{18}\sin 18x) - 6(-\frac{1}{11}\cos 11x - \frac{1}{7}\cos 7x) + \frac{9}{2}(x + \frac{1}{4}\sin 4x)$$

$$= \frac{13}{2}x - \frac{1}{9}\sin 18x + \frac{6}{11}\cos 11x + \frac{6}{7}\cos 7x + \frac{9}{8}\sin 4x \quad \textcircled{3} \textcircled{3} \textcircled{3} \textcircled{3} \textcircled{3}$$