2012 年度 A 科 2 組　前期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) ～ (4) は微分し，(5) は極限値を求めよ．

(1) $\dfrac{x^2-4x+7}{2x^2-x+3}$　　(2) $\log(-x+\sqrt{x^2+5})$

(3) $\arctan\sqrt{\dfrac{3x-4}{7x+5}}$　　(4) $\arccos\sqrt{1-x^2}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x\sin x}\right)$

$\boxed{2}$ 次の関数の Maclaurin（マクローリン）展開をかっこ内の項まで求めよ．ただし，係数は既約分数にすること．

(1) $\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x}}$　（5 次以下）　　(2) $\sqrt{1+x+x^2}$　（4 次以下）

※必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$\sin x = x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}-\cdots \quad (x\in\mathbb{R})$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\cdots \quad (-1<x<1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\cdots \quad (-1<x<1)$$

$\boxed{3}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int\left(3-\frac{2}{x}\right)\left(5x^2-1+\frac{4}{x}\right)dx$　　(2) $\displaystyle\int\frac{(e^{3x}-e^{-x})^2}{e^{5x}}dx$

(3) $\displaystyle\int(2\sin 9x-3\cos 2x)^2dx$

2012 年度 A 科 2 組　後期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい.**

$$\frac{-4x^2-11x-39}{(x-3)(x^2+8x+21)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+8x+21}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-4x^2-11x-39}{(x-3)(x^2+8x+21)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\sqrt{x^2-7x+1}+x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-7x+1}}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=x^3+xy^2-6x^2-3y^2$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい.**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極大値
$H(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

$\boxed{4}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{x^2-x+1}dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left\{\int_0^{x^2}(3x-4y)dy\right\}dx$

(3) $\displaystyle\int_1^3\left(\int_1^x \log y\,dy\right)dx$　　(4) $\displaystyle\int_0^1\left(\int_{3\sqrt{x}}^3 \frac{1}{\sqrt{y^3+9}}dy\right)dx$　（順序変更）

(5) $\displaystyle\int\int_D (7x+3y)dxdy \qquad (D: x \leqq x^2+y^2 \leqq 1,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0)$