

※解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ.

$$(1) \frac{-5x^2 + 8x + 1}{x^2 - 3x + 4}$$

$$(2) \sin 7x \cos 4x$$

$$(3) \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$(4) \frac{xe^x}{e^x + 2}$$

$$(5) \log(x + \sqrt{x^2 + 3})$$

$$(6) \arctan \frac{3 + 4x}{4 - 3x}$$

$$(7) \arctan \sqrt{\frac{5x + 11}{2x - 3}}$$

$$(8) \arcsin \sqrt{1 - x^2}$$

2 次の問いに答えよ.

$$(1) \arctan \frac{4}{3} = \alpha, \arctan \frac{8}{15} = \beta \text{ のとき, } \tan(\alpha - \beta) \text{ と } \sin(\alpha + \beta) \text{ の値を求めよ.}$$

$$(2) f(x) = (\arccos x)^2 \text{ のとき, } (1 - x^2)f''(x) - xf'(x) \text{ を簡単にせよ.}$$

3 次の関数の マクローリン 展開を 5 次以下の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

$$(1) (7 - 4x + x^2)e^x$$

$$(2) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}}$$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \cdots \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

※解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-3x^2 + 35x - 58}{(x+2)(x^2 - 6x + 12)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2 - 6x + 12}$$

- (2) $\int \frac{-3x^2 + 35x - 58}{(x+2)(x^2 - 6x + 12)} dx$ を求めよ.

- 2 $\sqrt{x^2 + 8x + 17} + x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 8x + 17}} dx$ を求めよ.

- 3 $f(x, y) = 2x^2 - y^3 - xy^2 + 2xy$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

※ $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

- 4 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-\sqrt{3}}^1 2x \arctan x dx$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_0^{x^2} (3y - 2x) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^3 \left(\int_{x^4}^{x^6} \frac{x^3}{y^2} dy \right) dx$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (2x + 1)e^{2y} dy \right\} dx$

(5) $\int_0^1 \left(\int_{2\sqrt{x}}^2 \frac{1}{\sqrt{y^3 + 1}} dy \right) dx$ (順序変更)