2012 年度 I 科 2 組　前期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$　(1) ～ (4) は微分し，(5) は極限値を求めよ．

(1) $\dfrac{2x^2-x-1}{x^2+3x+5}$　　(2) $\log(-x+\sqrt{x^2+3})$

(3) $\arctan\sqrt{\dfrac{2x+7}{5x-1}}$　　(4) $\arcsin\sqrt{1-x^2}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x\tan x}-\frac{1}{x^2}\right)$

$\boxed{2}$　次の関数の Maclaurin（マクローリン） 展開をかっこ内の項まで求めよ．ただし，**係数は既約分数**にすること．

(1) $\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}}$　（5 次以下）　　(2) $\sqrt{1+x-x^2}$　（4 次以下）

※必要ならば，次の Maclaurin 展開を用いてよい．

$$\arcsin x = x+\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{40}x^5+\cdots \quad (-1<x<1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\cdots \quad (-1<x<1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\cdots \quad (-1<x<1)$$

$\boxed{3}$　次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int\left(5+\frac{3}{x}\right)\left(2x^2-4-\frac{1}{x}\right)dx$　　(2) $\displaystyle\int\frac{(e^{4x}+2e^{-x})^2}{e^{3x}}dx$

(3) $\displaystyle\int(2\sin 7x-3\cos 4x)^2dx$

2012 年度 I 科 2 組　後期試験

※解答用紙の裏面使用可

$\boxed{1}$ (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

$$\frac{-5x^2-49x-92}{(x-2)(x^2+6x+14)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+14}$$

(2) $\displaystyle\int \frac{-5x^2-49x-92}{(x-2)(x^2+6x+14)}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ $\sqrt{x^2+9x+1}+x=t$ とおくことにより，$\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+9x+1}}dx$ を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=3x^2-y^3+6y^2-x^2y$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ の停留点を求めよ．**(1) は答のみでよい．**

(2) $f(x,y)$ の極値を求めよ．

※ $f_x(a,b)=0,\ f_y(a,b)=0$ のとき
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)>0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極小値
$H(a,b)>0,\ f_{xx}(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極大値
$H(a,b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a,b)$：極値でない
ただし $H(x,y)=f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y)-f_{xy}(x,y)^2$ とする．

$\boxed{4}$ 次の積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{\infty} \frac{1}{x^2+x+1}dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-1}^{2} \left\{ \int_0^{x^2} (5x-7y)dy \right\} dx$

(3) $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_1^x \log y dy \right) dx$　　(4) $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{3\sqrt{x}}^{3} \sqrt{y^3+9}\,dy \right) dx$　（順序変更）

(5) $\displaystyle\iint_D (5x-y)dxdy \qquad (D: x \leqq x^2+y^2 \leqq 1,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0)$