

科目名	数学 A	対 象	1A-1	学 部 研究科	工学部第二部	学 科 専攻科		学 籍 番 号		評 点
平成 25 年 7 月 31 日 (水) 3 回目 (~ 時限目)				担 当	石川 学	学 年		氏 名		
試 験 時 間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 下記の参考資料持込可 ()							

2013 年度 A 科 1 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

- 1 次の関数を微分せよ.
- (1) $\frac{-x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7}$

(2) $\sin 5x \cos 4x$

(3) $\frac{\sin x}{1 - 2 \cos x}$

(4) $\frac{x \log x}{x - \log x}$

(5) $\log(-x + \sqrt{x^2 + 6})$

(6) $\arctan \frac{5 - 4x}{4 + 5x}$

(7) $\arctan \sqrt{\frac{9x - 1}{3x + 8}}$

(8) $\arcsin \sqrt{1 - 9x^2}$
- 2 次の問いに答えよ.
- (1) $\arctan \frac{4}{3} = \alpha, \arctan \frac{15}{8} = \beta$ のとき, $\tan(\alpha - \beta)$ と $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求めよ.

(2) $f(x) = x \arccos x$ のとき, $(1 - x^2)f''(x) - xf'(x) + f(x)$ を簡単にせよ.
- 3 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をかつこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.
- (1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1 + x - x^2}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

科目名		担当 先生		
該 当 で 学 部 を む	理学部	1	学科 年 番	氏 名
	工学部	2		

$$\boxed{1} \quad (1) \quad \left(\frac{-x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \right)' = \frac{(-2x+3) \cdot (x^2+5x+7) - (-x^2+3x-1) \cdot (2x+5)}{(x^2+5x+7)^2} = \frac{-8x^2-12x+26}{(x^2+5x+7)^2}$$

$$(2) \quad (\sin 5x \cos 4x)' = 5 \cos 5x \cdot \cos 4x + \sin 5x \cdot (-4 \sin 4x) = 5 \cos 5x \cos 4x - 4 \sin 5x \sin 4x$$

$$(3) \quad \left(\frac{\sin x}{1-2\cos x} \right)' = \frac{\cos x \cdot (1-2\cos x) - \sin x \cdot 2\sin x}{(1-2\cos x)^2} = \frac{\cos x - 2}{(1-2\cos x)^2}$$

$$(4) \quad \frac{x - (\log x)^2}{(x - \log x)^2} \quad \leftarrow \text{次ノミニ}$$

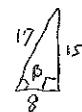
$$(5) \quad \left\{ \log(-x + \sqrt{x^2+6}) \right\}' = \frac{1}{-x + \sqrt{x^2+6}} \cdot \left(-1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+6}} \right) = \frac{1}{-x + \sqrt{x^2+6}} \cdot \frac{-\sqrt{x^2+6} + x}{\sqrt{x^2+6}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+6}}$$

$$(6) \quad \left(\arctan \frac{5-4x}{4+5x} \right)' = \frac{1}{1 + \left(\frac{5-4x}{4+5x} \right)^2} \cdot \frac{-4 \cdot (4+5x) - (5-4x) \cdot 5}{(4+5x)^2} = \frac{-(4+5x)^2}{4(1+x^2)} \cdot \frac{-41}{(4+5x)^2} = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(7) \quad \left(\arctan \sqrt{\frac{9x-1}{3x+8}} \right)' = \frac{1}{1 + \frac{9x-1}{3x+8}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{9x-1}{3x+8}}} \cdot \frac{9 \cdot (3x+8) - (9x-1) \cdot 3}{(3x+8)^2} = \frac{3x+8}{12x+7} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x+8}{9x-1}}} \cdot \frac{75}{(3x+8)^2}$$

$$= \frac{75}{2(12x+7)(3x+8)} \sqrt{\frac{3x+8}{9x-1}}$$

$$(8) \quad -\frac{3x}{|x|\sqrt{1-9x^2}}$$



2

$$(1) \quad \arctan \frac{4}{3} = \alpha \quad \text{すなわち} \quad \tan \alpha = \frac{4}{3} \quad (0 < \alpha < \frac{\pi}{2}) \quad \therefore \sin \alpha = \frac{4}{5}, \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\arctan \frac{15}{8} = \beta \quad \text{すなわち} \quad \tan \beta = \frac{15}{8} \quad (0 < \beta < \frac{\pi}{2}) \quad \therefore \sin \beta = \frac{15}{17}, \cos \beta = \frac{8}{17}$$

$$\text{よって} \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\frac{4}{3} - \frac{15}{8}}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{15}{8}} = \frac{\frac{32-45}{24}}{\frac{24+60}{84}} = \frac{-13}{84}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{17} + \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{17} = \frac{32+45}{5 \cdot 17} = \frac{77}{85}$$

$$(2) \quad f = x \arccos x \quad \text{すなわち} \quad f' = 1 \cdot \arccos x + x \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \therefore \sqrt{1-x^2} f' = \sqrt{1-x^2} \arccos x - x$$

$$\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot f' + \sqrt{1-x^2} \cdot f'' = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot \arccos x + \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = -1$$

$$-x f' + (1-x^2) f'' = -x \arccos x - 2\sqrt{1-x^2}$$

$$\therefore (1-x^2) f'' - x f' + f = -2\sqrt{1-x^2}$$

3

$$(1) \quad x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 + \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 + \dots$$

$$(2) \quad 1 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{5}{16}x^3 - \frac{45}{128}x^4 + \dots$$

次ノミニ

$$\boxed{1}$$

$$(4) \left(\frac{x \log x}{x - \log x} \right)' = \frac{(1 \cdot \log x + x \cdot \frac{1}{x}) \cdot (x - \log x) - x \log x \cdot (1 - \frac{1}{x})}{(x - \log x)^2} = \frac{x - (\log x)^2}{(x - \log x)^2}$$

$$\boxed{3}$$

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} = \arcsin x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

$$= (x + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots) \times (1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 + \dots)$$

$$= x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 + \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 + \dots$$

$$+ \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 + \dots$$

$$+ \frac{3}{40}x^5 + \dots$$

$$= x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 + \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 + \dots$$

$$(2) \sqrt{1+x-x^2} = 1 + \frac{1}{2}(x-x^2) - \frac{1}{8}(x-x^2)^2 + \frac{1}{16}(x-x^2)^3 - \frac{5}{128}(x-x^2)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(x-x^2) - \frac{1}{8}(x^2-2x^3+x^4) + \frac{1}{16}(x^3-3x^4+\dots) - \frac{5}{128}(x^4+\dots) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x^2$$

$$- \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{8}x^4$$

$$+ \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{16}x^4$$

$$- \frac{5}{128}x^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{5}{16}x^3 - \frac{45}{128}x^4 + \dots$$