

※解答用紙の裏面使用可

1 次の関数を微分せよ.

$$(1) \frac{-x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7}$$

$$(2) \sin 5x \cos 4x$$

$$(3) \frac{\sin x}{1 - 2 \cos x}$$

$$(4) \frac{x \log x}{x - \log x}$$

$$(5) \log(-x + \sqrt{x^2 + 6})$$

$$(6) \arctan \frac{5 - 4x}{4 + 5x}$$

$$(7) \arctan \sqrt{\frac{9x - 1}{3x + 8}}$$

$$(8) \arcsin \sqrt{1 - 9x^2}$$

2 次の問いに答えよ.

$$(1) \arctan \frac{4}{3} = \alpha, \arctan \frac{15}{8} = \beta \text{ のとき, } \tan(\alpha - \beta) \text{ と } \sin(\alpha + \beta) \text{ の値を求めよ.}$$

$$(2) f(x) = x \arccos x \text{ のとき, } (1 - x^2)f''(x) - xf'(x) + f(x) \text{ を簡単にせよ.}$$

3 次の関数の Maclaurin 展開を マクローリン 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x}} \quad (5 \text{ 次以下})$$

$$(2) \sqrt{1 + x - x^2} \quad (4 \text{ 次以下})$$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

※解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{x^2 - 4x - 53}{(x-3)(x^2 + 8x + 23)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2 + 8x + 23}$$

- (2) $\int \frac{x^2 - 4x - 53}{(x-3)(x^2 + 8x + 23)} dx$ を求めよ.

- 2 $\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x = t$ とおくことにより, $\int \frac{1}{x\sqrt{4x^2 + 3x + 1}} dx$ を求めよ.

- 3 $f(x, y) = x^2y + y^3 - x^2 - 2y^2 - 2xy + 2x + y$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

※ $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

- 4 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} 2x \arctan x dx$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_{-1}^{x^2} (3x - 5y) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^2 \left(\int_x^{x^3} \frac{x^2}{y^2} dy \right) dx$

(4) $\int_0^1 \left\{ \int_0^x (x+1)e^{2y} dy \right\} dx$

(5) $\int_0^7 \left(\int_{\frac{4}{7}x}^4 \frac{y}{\sqrt{y^3 + 36}} dy \right) dx$ (順序変更)