

科目名	数学A	対象	1A-2	学部 研究科	工学部第二部	学科 専攻科		学籍 番号		評点
平成 25 年 7 月 31 日 (水)		2 回目 (~ 時限目)		担当	石川 学	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	① 筆記用具以外持込不可 ② 千記のみ参照・持込可 ()							

2013 年度 A 科 2 組 前期試験

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) ～ (5) は微分し, (6) は極限値を求めよ.

(1) $\frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 5x + 7}$

(2) $\frac{x \log x}{x - \log x}$

(3) $\log [x - \sqrt{x^2 + 2}]$

(4) $\arctan \sqrt{\frac{9x - 7}{2x + 3}}$

(5) $\arcsin \sqrt{1 - 9x^2}$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1 - 4x}{3x + \log(1 - 3x)}$

2 次の関数の ^{マクローリン}Maclaurin 展開をかつこ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

(1) $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x}}$ (5 次以下)

(2) $\sqrt{1 + x - x^2}$ (4 次以下)

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

$\frac{1}{\sqrt{1 + x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$

$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$

3 次の積分を求めよ.

(1) $\int \left(x - \frac{3}{2}\right) \left(5x - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$

(2) $\int \frac{(e^{7x} - 3e^{-2x})^2}{e^{6x}} dx$

(3) $\int (7 \cos 5x - 4 \sin 2x)^2 dx$

科目名		担当 先生			氏 名
校○ 当で 学 部 をむ	理学部 工学部	1 2	部	学科 年 番	

$$\textcircled{1} (1) \left(\frac{x^2+3x+1}{x^2-5x+7} \right)' = \frac{(2x+3) \cdot (x^2-5x+7) - (x^2+3x+1) \cdot (2x-5)}{(x^2-5x+7)^2} = \frac{-8x^2+12x+26}{(x^2-5x+7)^2}$$

$$(2) \left(\frac{x \log x}{x - \log x} \right)' = \frac{(1 \cdot \log x + x \cdot \frac{1}{x}) \cdot (x - \log x) - x \log x \cdot (1 - \frac{1}{x})}{(x - \log x)^2} = \frac{x - (\log x)^2}{(x - \log x)^2}$$

$$(3) (\log |x - \sqrt{x^2+2}|)' = \frac{1}{x - \sqrt{x^2+2}} \cdot \left(1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}\right) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2+2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+2} - x}{\sqrt{x^2+2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$$

$$(4) (\arctan \sqrt{\frac{9x-7}{2x+3}})' = \frac{1}{1 + \frac{9x-7}{2x+3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{9x-7}{2x+3}}} \cdot \frac{9 \cdot (2x+3) - (9x-7) \cdot 2}{(2x+3)^2} = \frac{2x+3}{11x-4} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{9x-7}{2x+3}}} \cdot \frac{4}{(2x+3)^2}$$

$$= \frac{4}{2(11x-4)(2x+3)\sqrt{9x-7}}$$

$$(5) (\arcsin \sqrt{1-9x^2})' = \frac{1}{\sqrt{1-(1-9x^2)}} \cdot \frac{-18x}{2\sqrt{1-9x^2}} = \frac{1}{3|x|} \cdot \frac{-9x}{\sqrt{1-9x^2}} = -\frac{3x}{|x|\sqrt{1-9x^2}}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1 - 4x}{3x + \log(1-3x)} \ominus \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^{4x} - 4}{3 + \frac{-3}{1-3x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(e^{4x} - 1)}{\frac{-9x}{1-3x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{4x} \cdot \frac{16(1-3x)}{-9} = 1 \cdot \frac{16}{-9} = -\frac{16}{9}$$

2

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} = (x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots) \times (1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 + \dots)$$

$$= x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^3 + \frac{5}{16}x^4 + \frac{35}{128}x^5 + \dots$$

$$+ \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{16}x^5 + \dots$$

$$+ \frac{3}{40}x^5 + \dots$$

$$= x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{24}x^3 + \frac{19}{48}x^4 + \frac{263}{640}x^5 + \dots$$

$$(2) \sqrt{1+x-x^2} = 1 + \frac{1}{2}(x-x^2) - \frac{1}{8}(x-x^2)^2 + \frac{1}{16}(x-x^2)^3 - \frac{5}{128}(x-x^2)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(x-x^2) - \frac{1}{8}(x^2-2x^3+x^4) + \frac{1}{16}(x^3-3x^4+\dots) - \frac{5}{128}(x^4+\dots) + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{5}{16}x^3 - \frac{45}{128}x^4 + \dots$$

3

$$\begin{aligned}
 (1) \int \left(x - \frac{3}{2}\right) \left(5x - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx &= \int \left(5x^2 - \frac{15}{2}x - 4 + \frac{7}{x} - \frac{3}{2x^2}\right) dx \\
 &= \frac{5}{3}x^3 - \frac{15}{4}x^2 - 4x + 7 \log|x| + \frac{3}{2x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \int \frac{(e^{2x} - 3e^{-2x})^2}{e^{6x}} dx &= \int \frac{e^{14x} - 6e^{5x} + 9e^{-4x}}{e^{6x}} dx = \int (e^{8x} - 6e^{-x} + 9e^{-10x}) dx \\
 &= \frac{1}{8}e^{8x} + 6e^{-x} - \frac{9}{10}e^{-10x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \int (7\cos 5x - 4\sin 2x)^2 dx &= \int (49\cos^2 5x - 56\cos 5x\sin 2x + 16\sin^2 2x) dx \\
 &= \int \left\{ 49 \cdot \frac{1+\cos 10x}{2} - 56 \cdot \frac{1}{2}(\sin 7x - \sin 3x) + 16 \cdot \frac{1-\cos 4x}{2} \right\} dx \\
 &= \frac{49}{2} \left(x + \frac{1}{10}\sin 10x\right) - 28 \left(-\frac{1}{7}\cos 7x + \frac{1}{3}\cos 3x\right) + 8 \left(x - \frac{1}{4}\sin 4x\right) \\
 &= \frac{65}{2}x + \frac{49}{20}\sin 10x + 4\cos 7x - \frac{28}{3}\cos 3x - 2\sin 4x
 \end{aligned}$$