

※解答用紙の裏面使用可

1 (1) ～ (5) は微分し, (6) は極限值を求めよ.

$$(1) \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 5x + 7}$$

$$(2) \frac{x \log x}{x - \log x}$$

$$(3) \log(x - \sqrt{x^2 + 2})$$

$$(4) \arctan \sqrt{\frac{9x - 7}{2x + 3}}$$

$$(5) \arcsin \sqrt{1 - 9x^2}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1 - 4x}{3x + \log(1 - 3x)}$$

2 次の関数の マクローリン Maclaurin 展開をカッコ内の項まで求めよ. ただし, 係数は既約分数にすること.

$$(1) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} \quad (5 \text{ 次以下})$$

$$(2) \sqrt{1+x-x^2} \quad (4 \text{ 次以下})$$

※必要ならば, 次の Maclaurin 展開を用いてよい.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

3 次の積分を求めよ.

$$(1) \int \left(x - \frac{3}{2}\right) \left(5x - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

$$(2) \int \frac{(e^{7x} - 3e^{-2x})^2}{e^{6x}} dx$$

$$(3) \int (7 \cos 5x - 4 \sin 2x)^2 dx$$

※解答用紙の裏面使用可

- 1 (1) 次の等式が成り立つような定数 A, B, C の値を求めよ. (1) は答のみでよい.

$$\frac{-x^2 + 27x - 38}{(x+4)(x^2 - 6x + 14)} = \frac{A}{x+4} + \frac{Bx+C}{x^2 - 6x + 14}$$

- (2) $\int \frac{-x^2 + 27x - 38}{(x+4)(x^2 - 6x + 14)} dx$ を求めよ.

- 2 $\sqrt{4x^2 - 9x + 4} + 2x = t$ とおくことにより, $\int \frac{2}{x\sqrt{4x^2 - 9x + 4}} dx$ を求めよ.

- 3 $f(x, y) = x^2y + y^3 + x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x + y$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の停留点を求めよ. (1) は答のみでよい.

(2) $f(x, y)$ の極値を求めよ.

※ $f_x(a, b) = 0, f_y(a, b) = 0$ のとき

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) > 0 \implies f(a, b) : \text{極小値}$

$H(a, b) > 0, f_{xx}(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極大値}$

$H(a, b) < 0 \implies f(a, b) : \text{極値でない}$

ただし $H(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$ とする.

- 4 次の積分を求めよ.

(1) $\int_{-\sqrt{3}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} 2x \arctan x dx$

(2) $\int_{-1}^2 \left\{ \int_{-1}^{x^2} (3y - 2x) dy \right\} dx$

(3) $\int_1^7 \left(\int_1^x \log y dy \right) dx$

(4) $\int_0^5 \left\{ \int_{\frac{4}{5}x}^4 y(y^3 + 36)^{-\frac{3}{2}} dy \right\} dx$ (順序変更)

(5) $\int \int_D (5x - 3y) dx dy$ ($D : x \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$)